重庆建筑工程学院学报
第11卷第1期 JOURNAL OF CHONGQING INSTITUTE OF Vol.11 No.1
1989年3月 ARCHITECTURE AND ENGINEERING March 1989

模糊数学在建筑物理中的应用

陈 仲 林

摘要 本文从光通量定义出发，用模糊数学中的模糊随机事件的概率，研究了室内表面相互反射后获得的光通量增量这个模糊现象，建议了一种计算光通量传递的新途径。

关键词 模糊随机事件的概率，光通量传递量

视觉环境是建筑设计中不容忽视的问题之一，而光在室内各个面上的合理分布是创造室内良好视觉环境的一个重要条件。被照明的室内，每个表面上都有来自其它表面的反射光，这不但可以提高照度值，而且还使亮度分布变得更加均匀。但是如果需要把室内的人和物都要清晰地显示出形状和质地，只有使光适当地且明显地从一个方向射来时，由它们的影子产生良好的立体感后，才能获得理想的视觉效果。在建筑声学中，在进行室内声音形成研究时，不但要考虑直达声，而且还要考虑反射声，因为它对音质影响很大。尤其是当声音停止发声后，室内声音的衰减过程的长短，会直接影响到人们的听音效果。由实验表明，影响该过程的主要因素是材料的吸声系数α，也即材料的反射系数（$1-\alpha$）的大小。所以，声音在经过各个面之间的相互反射后，不同的材料所获得的反射声大小亦不同，从而要影响到室内混响时间的长短，即要影响到声音的质量。在建筑热工中，围护结构表面与周围其它表面之间的辐射换热计算是一个涉及到创造较好热舒适环境的重要课题。对于实际表面，如果它的辐射换热的反射系数较大时，则应考虑各个面之间的相互反射后的辐射换热量的增量。总之，在一个封闭空间内，各个表面之间的相互反射后能量的增量计算，是解决上述三类问题的关键，也是建筑物理中的一个重要课题。因与人的视觉、听觉和热的感觉相对应的可见光、声波和热辐射波这些概念的外延是模糊的，所以它们均是模糊概念。在本文中，仅以建筑光学中的室内光通量传递问题为例进行研究。

在进行室内光通量传递量计算时，可近似把室内各表面看成是漫射表面。所以，当一束光从室内某一个表面上反射出来后，它究竟射向哪一个面是不确定的，也就是说，实际墙面的反射光方向是随机的。但是，经过各个面之间的相互反射后，这个光通量传递过程却具有规律性。因此可把室内各表面之间的光通量传递这个事情，认为是一个随机事件。

由实验确定，可见光的波段范围约位于380nm和780nm之间，这是人眼明视响应的近似

本文1987年8月18日收到

极限，这个极限两端的界限是不分明的[1]，即是模糊的。因此，可见光的外延是模糊的，所以，一切与可见光有关的量均具有模糊性。光通量是基于人眼视觉效应的一个光量，也就是对可见光而言的一种辐射通量，所以光通量这个概念也具有模糊性。因此，在一个封闭空间内由于相互反射后获得的光通量增量这一个概念也具有模糊性。于是就把室内光通量传递这个事情看作为一个模糊随机事件，并用模糊数学中的模糊随机事件的概率来计算。

在一个长方体的封闭空间里，将所有内表面划分为n（$n\geq 6$的正整数）个小矩形面，并用B_1，B_2，…，B_j，…，B_n表示在这n个小矩形面S_1，S_2，…，S_j，…，S_n之间、经过相互反射后获得的"相对光通量"增量这n个事件。所谓"相对光通量"指的是用这n个面中最大光通量作为单位时所表示的光通量，它等于射到任意面j上的光通量F_j和这n个面中的最大光通量F_{max}($F_{max}\neq 0$)之比

$$F_j' = F_j/F_{max} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{1}$$

式中：F_j'——射到任意面j上的"相对光通量"，并有

$$0 < F_j' \leq 1 \tag{2}$$

现设论域为

$$U=\{B_1,B_2,\cdots,B_j,\cdots,B_n\} \tag{3}$$

在光度学中，可不去研究光的波动性，而认为传播光的介质是均匀的，并采用几何光学来研究。于是，可把光看成是由物理光线束[2]组成的，每个光线束携带相等的光能，光通量的大小就取决于此种光线束的多少；而且，在我们所讨论的"各个面之间的光通量相互反射后"这个前题下，就可以认为此种光线束从一个面射向另一个面的可能性，即光线束从一个面射向另一个面的概率就等于该面对那一个面的角系数。当不考虑室内空气分子对光的散射时，面S_i对面S_j的角系数Ψ_{ij}等于从面S_i射到面S_j上的光通量F_{ij}与面S_i辐射出的总光通量F_i之比[2]

$$\Psi_{ij}=F_{ij}/F_i \qquad (i,j=1,2,\cdots,n) \tag{4}$$

并有

$$0\leq \Psi_{ij}\leq 1 \tag{5}$$

在研究室内各表面之间的光通量传递问题时，可设光线束位于某一个面的时刻为t_0，而在t时刻射到另一个面，显然，它在该面上的反射状态与它在t_0时刻之前处于哪一个面，以及处于何种状态无关。简言之，则在已知"现在"的条件下，"将来"与"过去"是独立的，这就是直观意义上的"马尔科夫性"，或称为"无后效性"[3]。而且，当光线束从某一个面反射到另一个面时，在时间上是有先后之分的。所以，把这种在状态和时间参数都是离散的马尔科夫过程称为马尔科夫链[4]。

现把光在各个面上的反射时刻记为t_1，t_2，…，t_N，…，并设在每一个时刻t_N($N=1$，2，…)，$X_N=X(t_N)$所可能取的状态为a_1，a_2，…。则有$P\{X_N=a_{i_N}|X_{N-1}=a_{i_{N-1}}$，…，$X_1=a_{i_1}\}=P\{X_N=a_{i_N}|X_{N-1}=a_{i_{N-1}}\}$

再进一步设"在$X_{N-1}=a_i$的条件下，第N次转移出现a_j，即$X_N=a_j$成立"的概率与N无关，那末，可把这个概率记为

$$\Psi_{ij}=P\{X_N=a_j|X_{N-1}=a_i\} \qquad (i,\ j=1,2,\cdots,n;\ N=1,2,\cdots)$$

这就是马尔科夫链的一步转移概率，而由它所构成的转移概率矩阵[4]为

$$\Psi = \begin{vmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \cdots & \Psi_{1n} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \cdots & \Psi_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \Psi_{n1} & \Psi_{n2} & \cdots & \Psi_{nn} \end{vmatrix} \tag{6}$$

由（6）式可知，一个封闭空间里各个面对面S_i（$i=1, 2, \cdots, n$中任意一个）的光通量传递的概率矩阵为

$$\Psi(B_j) = (\Psi_{1i}, \Psi_{2i}, \cdots, \Psi_{ki}, \cdots, \Psi_{ni}) \tag{7}$$

式中：Ψ_{ki}——是第k个矩形面对第i个矩形面的角系数，且有$k=1, 2, \cdots, n$。

在一个封闭空间里各个矩形面对面S_i产生的"相对光通量"增量这一个事件用模糊随机事件$\underset{\sim}{A}$表示，而$\underset{\sim}{A}$是论域U上的一个模糊子集。$\underset{\sim}{A}$的隶属函数为$\mu_{\underset{\sim}{A}}(B_j)$，它的每一个值均表示了相应面对面$S_i$的"相对光通量"增量的隶属程度。隶属函数值可由各个面对光的反射性能，即光反射系数ρ_j和射到该面上的"相对光通量"F'_j的乘积来确定

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(B_j) = \rho_j F'_j \qquad (j=1, 2, \cdots, n) \tag{8}$$

因为在建筑光学中，一般取材料表面的光谱反射系数的平均值作为光反射系数ρ，且由某一个面上的反射光通量F_ρ与入射到该面上的光通量F之比确定的，即

$$\rho = F_\rho / F \tag{9}$$

并有

$$0 < \rho < 1 \tag{10}$$

所以由（10）式和（2）式可知

$$0 < \rho_j F'_j < 1 \tag{11}$$

于是由扎德表达式[5]得

$$\underset{\sim}{A} = \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_1)/B_1 + \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_2)/B_2 + \cdots + \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_n)/B_n \tag{12}$$

或

$$\underset{\sim}{A} = \rho_1 F'_1/B_1 + \rho_2 F'_2/B_2 + \cdots + \rho_n F'_n/B_n \tag{13}$$

根据模糊随机事件的概率[6]得

$$p(\underset{\sim}{A}) = \sum_{j=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_j)\Psi(B_j) \tag{14}$$

并可以写成[7]

$$p(\underset{\sim}{A}) = \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_1)\cdot\Psi_{1i} + \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_2)\cdot\Psi_{2i} + \cdots \mu_{\underset{\sim}{A}}(B_n)\cdot\Psi_{ni}$$

即为

$$p(\underset{\sim}{A}) = \rho_1\Psi_{1i}F'_1 + \rho_2\Psi_{2i}F'_2 + \cdots + \rho_n\Psi_{ni}F'_n \tag{15}$$

模糊事件$\underset{\sim}{A}$的概率为其隶属函数的期望值[8]，也就是说在一个封闭空间里，由于光通量在各个面之间相互反射后，在面S_i上产生的"相对光通量"增量的期望值为

$$\Delta F'_i = p(\underset{\sim}{A}) \tag{16}$$

式中：ΔF——相互反射后在面S_i上获得的"相对光通量"增量。

因此在面S_i上的光通量增量为

$$\Delta F_i = \Delta F_i' \cdot F_{max} = p(\underset{\sim}{A}) \cdot F_{max}$$

$$\therefore \qquad \Delta F_i = \rho_1 \Psi_{1i} F_1 + \rho_2 \Psi_{2i} F_2 + \cdots + \rho_n \Psi_{ni} F_n \tag{17}$$

如果设天然光通过采光口后射到室内某一个面S_i上的光通量为F_{oi}，也就是该面上的初始光通量为F_{oi}，于是它与该面上的光通量增量ΔF_i相加后即为该面在相互反射后获得的最终光通量

$$F_i = \rho_1 \Psi_{1i} F_1 + \rho_2 \Psi_{2i} F_2 + \cdots + \rho_n \Psi_{ni} F_n + F_{oi} \qquad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{18}$$

因此，获得了室内各个面在相互反射后形成的最终光通量，并可用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \Psi_{11} F_1 + \rho_2 \Psi_{21} F_2 + \cdots + \rho_n \Psi_{n1} F_n \\ \rho_1 \Psi_{12} F_1 + \rho_2 \Psi_{22} F_2 + \cdots + \rho_n \Psi_{n2} F_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \rho_1 \Psi_{1n} F_1 + \rho_2 \Psi_{2n} F_2 + \cdots + \rho_n \Psi_{nn} F_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{o1} \\ F_{o2} \\ \vdots \\ F_{on} \end{pmatrix} \tag{19}$$

由于我们所研究的面是平面，所以，各个面自己对自己的角系数等于零

$$\Psi_{ii} = 0 \tag{20}$$

于是把（19）式写成下面这个n元线性方程组形式

$$\begin{cases} F_1 - \rho_2 \Psi_{21} F_2 - \rho_3 \Psi_{31} F_3 \cdots - \rho_n \Psi_{n1} F_n = F_{o1} \\ -\rho_1 \Psi_{12} F_1 + F_2 - \rho_3 \Psi_{32} F_3 \cdots - \rho_n \Psi_{n2} F_n = F_{o2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -\rho_1 \Psi_{1n} F_1 - \rho_2 \Psi_{2n} F_2 - \rho_3 \Psi_{3n} F_3 \cdots + F_n = F_{on} \end{cases} \tag{21}$$

上式中的反射系数是容易确定的，而角系数Ψ_{i1}可查阅有关图表或用程序计算[9]确定，于是，上式就可由Cramer法则[10]求解，并可利用标准计算机程序算出射入采光口的天然光经过相互反射后、在室内各个面上形成的光通量。

参 考 文 献

〔1〕 薛君敖等，光辐射测量原理和方法，计量出版社，1980年，P. 1

〔2〕 P.A.Сапожников, Теоретическая Фотометрия, Основа Рассчёта освещения, Государственное энергетическое издательство, 1960, c12, c43

〔3〕 王梓坤，随机过程论，科学出版社，1978年，p.50

〔4〕 浙江大学，概率论与数理统计，人民教育出版社，1979年，pp.147—148

〔5〕 L.A.扎德，模糊集合、语言变量及模糊逻辑，科学出版社，1984年，p.24

〔6〕 (日)水本雅晴，模糊数学及其应用，科学出版社，1986年，p.78

〔7〕 楼世博，模糊数学，科学出版社，1983年，p.49

〔8〕 冯德益等，模糊数学方法与应用，地震出版社，1983年，p.89

〔9〕 NBSLD, the Computer Program for Heating and Cooling Loads in Buildings Library of Congress Catalog Card Number: 76-600028 U.S.GOVERNMENT PRINTING OFFICE WASHINGTON, 1976, pp.46a—67a

〔10〕 谢邦杰，线性代数，人民教育出版社，1978年，p.45

APPLICATION OF FUZZY MATHEMATICS IN ARCHITECTURE PHYSICS

Chen Zhonglin

ABSTRACT According to the definition of luminous flux, and on the basis of the probability of fuzzy stochastic events in fuzzy mathematics, this paper studies the fuzzy phenomena of the luminous flux increment obtained by the reciprocal reflection of light on indoor surfaces. This paper also suggests a new way to compute the transmission of luminous flux.

KEY WORDS probability of the fuzzy stochastic event, the transmission of luminous flux