

(16)

117-121
 研究简报

控制系统无源网络超前校正的优化设计

杨革生

(陕西省宝鸡市152信箱)

TN722.02

摘要 本文研究利用无源网络对控制系统进行校正时的优化设计。设计方法不但保证按需要位置配置闭环极点，而且使系统放大器增益最低，从而使系统的技术实现变得更为容易。文中给出了设计方法的证明。

关键词 无源网络, 控制系统, 超前校正, 最佳化, 放大器

在控制系统中，常采用无源 RC 相角超前网络进行校正。在设计超前管络时，常用根轨迹法进行讨论。文[1]在讨论这一问题时是基于一个前提，即系统不可变部分（包括放大器的增益）都已事先确定，这时，根据希望闭环主导极点的位置确定校正网络参数可得出唯一解。事实上，如果无源网络的附加增益大些，要求的放大器增益就可小些，系统的技术实现就将容易一些。因此在设计时应将二者统一考虑，而设计的优化目标则是在保证应有的闭环主导极点的同时，求取无源网络附加增益的最大可能值。

1 校正网络的参数设计

设原系统具有开环传递函数 $G(s)$ ，被校正后的系统开环传递函数为

$$G_1(s) = \frac{s + Z_c}{s + P_c} \cdot K_F \cdot G(s) \quad (1)$$

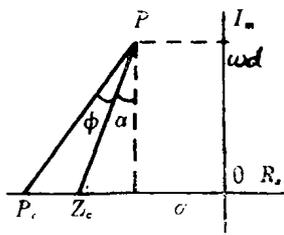


图 1

其中 $\frac{s + Z_c}{s + P_c}$ 为校正网络传递函数， K_F 为放大器增益。如图

1，根据希望的闭环主导极点位置及 $G(s)$ ，首先可以确定超前网络的相角补偿角度 $\phi^{(1)}$ 。进一步则是要确定超前网络极点和零点的位置，使放大器附加增益最小，或下式最大

$$f(\alpha) = \frac{Z_c}{P_c} \quad (2)$$

其中: $Z_c = \sigma + \omega_d \operatorname{tg} \alpha$ (3)

则 $P_c = \sigma + \omega_d \operatorname{tg}(\phi + \alpha)$ (4)

$$f(\alpha) = \frac{\sigma + \omega_d \operatorname{tg} \alpha}{\sigma + \omega_d \operatorname{tg}(\phi + \alpha)} \quad (5)$$

求(5)式的极值, 令

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = 0 \quad (6)$$

则有

$$(\sigma \operatorname{tg} \phi - \omega_d) \operatorname{tg}^2 \alpha - 2(\sigma + \omega_d \operatorname{tg} \phi) \operatorname{tg} \alpha + \omega_d - \sigma \operatorname{tg} \phi = 0 \quad (7)$$

求解(7)式可得

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(\sigma + \omega_d \operatorname{tg} \phi) \pm \sqrt{(\sigma^2 + \omega_d^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \phi)}}{\sigma \operatorname{tg} \phi - \omega_d} \quad (8)$$

其中, α 的取值范围为 $-\operatorname{tg} \frac{\sigma}{\omega_d} < \alpha < 90^\circ - \phi$

可以证明, 当 $\alpha_1 \neq \alpha$ 时, $f(\alpha) - f(\alpha_1) > 0$, 由此证实了由(8)式求得的 α 值, 使得(2)式取得极大值。

将(8)式求出的 α 代入(3), (4)两式, 求得的校正网络零点和极点, 既保证了希望的闭环主导极点, 又保证了校正网络最大的附加增益。

2 确定校正网络参数的图解法

按照上节的作法在有的场合下是不方便的, 它需要一些比较繁杂的计算, 下面的图解法可很快得出结果。

如图2所示, 过P点作水平线, 连接P与原点O, 作 $\angle APO$ 的平分线PB, 再作PC, PD两条直线, 使它们与PB线的夹角为 $\frac{\phi}{2}$, 则PC线与实轴的交点为极点 P_c , PD线与实轴的交点为零点 Z_c 。

对上述作图法, 文[2]虽已采用, 但未给出证明, 今证明如下:

由图2可知

$$Z_c = \sigma + \omega_d \operatorname{tg} \beta \quad (9)$$

$$P_c = \sigma + \omega_d \operatorname{tg}(90^\circ + \phi - \beta) \quad (10)$$

则有

$$\beta = 90^\circ + \frac{\phi}{2} - \frac{\alpha_1}{2}$$

即

$$2\beta = 180^\circ + \phi - \alpha_1$$

$$\operatorname{ctg} 2\beta = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \phi + 1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \phi} \quad (11)$$

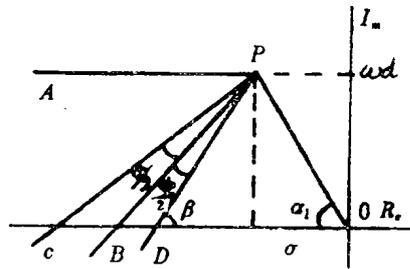


图2

∴

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{\sigma}{\omega_d}$$

$$\therefore \quad \operatorname{ctg} 2\beta = \frac{\sigma \operatorname{ctg} \phi + \omega_d}{\sigma - \omega_d \operatorname{ctg} \phi} \quad (12)$$

$$\text{又} \because \quad \operatorname{ctg} \phi = \frac{1}{\operatorname{tg} \phi}$$

$$\therefore \quad \operatorname{ctg} 2\beta = \frac{\sigma + \omega_d \operatorname{tg} \phi}{\sigma \operatorname{tg} \phi - \omega_d} \quad (13)$$

利用三角关系式

$$\operatorname{ctg} 2\beta = \frac{\operatorname{ctg}^2 \beta + 1}{2 \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\text{则有} \quad \operatorname{ctg} \beta = \operatorname{ctg} 2\beta \pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 2\beta} \quad (14)$$

将(12)式代入(14)式, 得

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{(\sigma + \omega_d \operatorname{tg} \phi) \pm \sqrt{(\sigma^2 + \omega_d^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \phi)}}{\sigma \operatorname{tg} \phi - \omega_d} \quad (15)$$

将(15)式代入(9), (10)两式, 同样得出了校正网络的零点和极点。

比较用(15)式, (18)式求出的零点和极点值。就会发现两者的计算结果相同。

3 设计举例

小功率角度复现系统

已知未校正时系统的方块图如图3所示, 试设计一校正网络, 使校正后系统具有 $\sigma_p = 30\%$, $t_s \leq 0.25$ 秒的动态性能。

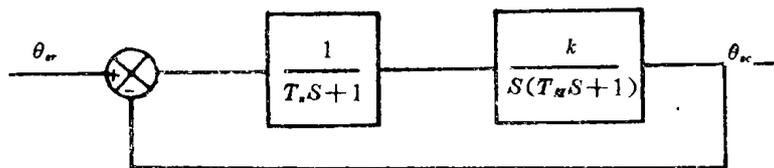


图 3

$T_n = 0.0024$ 秒、滤波器时间常数; $T_M = 0.2$ 秒、电动机机电时间常数; $K = 200$ 不可变部分放大系数

现分别用文[1]提出的设计法及优化设计法进行校正网络参数的设计。

3.1 确定闭环主导极点

由 $\sigma_p = 30\%$, $t_s \leq 0.25$ 秒, 可以得出校正后系统的闭环主导极点为 $S_{1,2} = -12 \pm j31.1$ 。

3.2 计算校正网络应提供的相角

$$\begin{aligned} \phi &= -180^\circ + \angle s_1 + \angle(0.0024s_1 + 1) + \angle(0.2s_1 + 1) \\ &= -180^\circ + 111.1^\circ + 102.68^\circ + 4.39^\circ \\ &= 38.17^\circ \end{aligned}$$

可见应选用超前校正网络对控制系统进行串联校正。

3.3 确定超前校正网络的参数

设校正网络的传递函数为 $K_F \frac{S + Z_C}{S + P_C}$

3.3.1 按文[1]提出的设计法

$$|Z_C| = \frac{k \cdot \omega_n}{M} \cdot \frac{\sin(\phi + \alpha)}{\sin \theta}$$

$$= 45$$

$$|P_C| = \omega_n \frac{\sin(\phi + \alpha)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$= 413.4$$

3.3.2 按优化设计法

利用作图或利用(8)式, (3)式, (4)式可求得校正网络的零点, 极点值。

$$Z_C = 20.4$$

$$P_C = 54.06$$

3.4 确定放大器附加增益值

3.4.1 按文[1]提出的设计法

由文[1]可以得, 放大器附加增益为

$$K_F = \frac{P_C}{Z_C} = 9.2$$

3.4.2 按优化设计法

利用根轨迹法幅值条件, 可计算出控制系统开环放大系数。

得

$$\left| \frac{K_C \cdot (s + 20.4)}{s(0.0024s + 1)(0.2s + 1)(s + 54.06)} \right|_{s = -12 + j31.1} = 1$$

$$K_C = 334.53$$

而

$$K_J = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{334.53(s + 20.4)}{(0.0024s + 1)(0.2s + 1)(0.2s + 1)(s + 54.06)}$$

$$= 126.24$$

校正网络附加增益

$$K'_F = \frac{54.06}{20.4} = 2.65$$

故 放大器附加增益为

$$K_F = \frac{K'_F \cdot K_v}{K} = 1.76$$

比较两种方法设计的校正网络的参数, 可看出优化设计法优于文[1]介绍的传统设计法。

4 结束语

通过理论推导及实例计算，可以明显地看出：

1) 优化设计理论依据可靠，使用图解法求解时，方法简单、方便，容易掌握。而用传统方法求解时，放大器的附加增益不是最优值，给技术实现带来不便。

2) 用基于放大器的附加增益最小原则来确定超前校正网络的零点及极点时，对非主导闭环极点和静态误差系数未作任何限制。如果对系统的静态误差系数有要求时，则通过改变超前校正网络的零点、极点分布，或采用不同网络的校正方法，来满足系统的要求。此时，放大器的附加增益将不是最优值，即靠牺牲一个性能指标来达到另一个性能指标。

参 考 文 献

- 1 李友善，自动控制原理（上册），国防工业出版社，1980.6 第一版
- 2 绪方胜彦，现代控制工程，科学出版社，1976.9 第一版

（编辑：刘家凯）

OPTIMIZATION DESIGN OF ADVANCED CORRECTION OF THE CONTROL SYSTEM BY A PASSIVE NETWORK

Yang Gesheng

(152 Post Box, Baojishi, Shanxi Province)

ABSTRACT Optimization design of correction of the control system by a passive network is studied in this paper. The design method guarantees collocation of a closed loop pole in a desired position, but also minimizes the gain of the system amplifier, thus making the technical realization of the system easier. The design method is proved in the paper.

KEY WORDS passive network, advanced correction, control system