

11-16

液压挖掘机工作空间的计算

苏彰道**

尹永峰
(机电工程学院)

张荣瑞

TU 621

摘要 应用机器人空间机构理论建立液压挖掘机工作空间的参数方程。利用一维优化方法来搜索工作空间的边界特征点。然后将工作空间的纵向剖面图划分为内、外两部分面积,这内、外面积是由许多曲边扇形组合而成,而每个曲边扇形的面积可用斯托克斯公式求得,外面积减去内面积便是挖掘机的工作空间。

关键词 挖掘机, 工作空间, 机器人

中图法分类号 TU621

机器人的工作空间,是指构件末端件上某一点或末端构件上坐标系原点所能达到点的集合^[1~3]。从文献[4]可以知道,挖掘机悬伸操作器可视为一种四自由度的开链机构的机器人,因此,其末端构件上的一点(如铲斗的斗齿)所能达到点的集合,就是挖掘机的工作空间,它代表挖掘机铲斗的工作活动范围,是衡量挖掘机工作能力的一个重要的运动学指标,也可以用来衡量挖掘机悬伸操作器结构设计的合理性,因此历来为学者所重视,并进行了许多研究^[5,6],本文首次提出用机器人空间机构理论来研究液压反铲挖掘机的工作空间。

1 挖掘机工作空间的参数方程

从文献[4]可知,挖掘机悬伸操作器可视为一个四自由度的开链机构,其结构简图如图1所示,各杆件均按Hartenberg-Denavit的原则固接有直角坐标,其D-H参数见表1。设在坐标 $O_1X_1Y_1Z_1$ 中Q点的齐次坐标 $Q_1 = [L_1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$,在参考坐标 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中为 $Q_0 = [X \ Y \ Z \ 1]^T$ 。根据文献[4]推导的结果,末端构件上Q点在 $O_0X_0Y_0Z_0$ 坐标中的位置为:

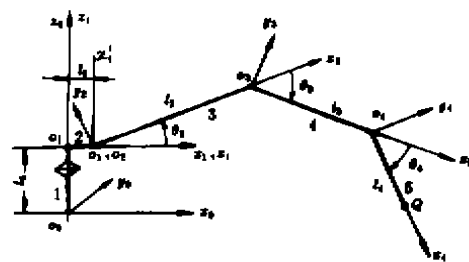


图1 挖掘机开链操作器示意图

* 收稿日期:1994-05-06

** 苏彰道, 1937年生, 副教授, 重庆建筑大学机电工程学院(630045).

$$Q_0 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23} + l_4C_{234}) \\ S_1(l_1 + l_2S_2 + l_3S_{23} + l_4S_{234}) \\ l_0 + l_2S_2 + l_3S_{23} + l_4S_{234} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $S_i = \sin\theta_i, C_i = \cos\theta_i,$
 $S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j), C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j),$
 $S_{ijk} = \sin(\theta_i + \theta_j + \theta_k), C_{ijk} = \cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$

表 1 D-H 参数表

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i	$\cos\alpha_{i-1}$	$\sin\alpha_{i-1}$
1	0	0	l_0	θ_1	1	0
2	90°	l_1	0	θ_2	0	1
3	0	l_2	0	θ_3	1	0
4	0	l_3	0	θ_4	1	0

(1) 式为挖掘机悬伸操作器末端构件一点(如铲斗的斗齿)可达工作空间的参数方程。如果用末端件的坐标原来表达,即令 $l_0 = 0$,则有:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23}) \\ S_1(l_1 + l_2S_2 + l_3S_{23}) \\ l_0 + l_2S_2 + l_3S_{23} \end{bmatrix} \quad (2)$$

将其化为单参数曲面族的代数方程为:

$$W(X, Y, Z, \theta_2) = [X^2 + Y^2 + Z^2 + l_0^2 + l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 - 2l_0l_1S_2 - 2l_1l_2C_2 - 2Z(l_0 + l_2S_2)]^2 - 4(X^2 + Y^2)(l_1 + l_2C_2)^2 = 0 \quad (3)$$

式(2)和(3)是末端件的坐标原点 O_1 的工作空间的参数方程。

2 挖掘机工作空间的计算

欲通过式(1)、(2)、(3)来计算挖掘机的工作空间是比较烦琐的,本文按下列步骤进行计算:

2.1 确定工作空间的特征点

液压挖掘机的第一关节为旋转关节,其余关节均为回转关节,故其工作空间截面由圆弧连接而成,如图 2 所示。因此,液压挖掘机工作空间的描述便转化为圆弧边界特征点的描述,为了克服以往文献[5][6]中边界特征点或边界计算公式推导烦琐的缺点,下面将从操作器运动仿真模型出发,利用一维优化方法来搜索挖掘机悬伸操作器工作空间的特征点。

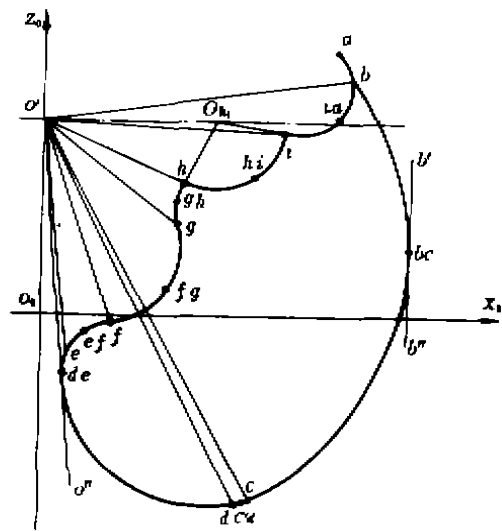


图 2 液压挖掘机工作空间边界标定分布

如图 1 中所示, 液压挖掘机悬伸操作器第一关节的旋转轴与其余关节的转轴垂直, 所以操作器工作空间的纵向剖面形状与 θ_1 无关。不失一般性, 设 $\theta_1 = 0$, 则可将操作器末端构件上的工作点 Q 在 $O_0X_0Y_0Z_0, O_2X_2Y_2Z_2$ 和 $O_3X_3Y_3Z_3$ 中的位置描述如下:

由于 $\theta_1 = 0$, 故可从式(1)中得:

$$Q_0 = \begin{bmatrix} l_1 + l_2 \cdot C_2 + l_3 \cdot C_{23} + l_4 \cdot C_{234} \\ 0 \\ l_0 + l_2 \cdot S_2 + l_3 \cdot S_{23} + l_4 \cdot S_{234} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

又

$$Q_2 = [T_{2,4}] \cdot Q_1$$

其中 $[T_{2,4}]$ ——坐标 2 到坐标 4 的齐次变换矩阵, $Q_1 = [l_1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$, 故有

$$Q_2 = \begin{bmatrix} l_2 + l_3 \cdot C_3 + l_4 \cdot C_{34} \\ l_3 \cdot S_3 + l_4 \cdot S_{34} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

同理:

$$Q_3 = \begin{bmatrix} l_3 + l_4 \cdot C_4 \\ l_4 \cdot S_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

从图 1 中可见, Q 点在坐标系 O_1, X_1, Y_1, Z_1 中可描述为:

$$\begin{aligned} Q_1 &= [Q_0 - (l_1 \ 0 \ l_0 \ 0)]^T \\ &= \begin{bmatrix} l_2 \cdot C_2 + l_3 \cdot C_{23} + l_4 \cdot C_{234} \\ 0 \\ l_2 \cdot S_2 + l_3 \cdot S_{23} + l_4 \cdot S_{234} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

利用 Q_1, Q_2 和 Q_3 的极大或极小情况来反映操作器工作空间纵向剖面各段圆弧边界的特征, 每段圆弧上取起点、终点和经过点三点来标定, 每段圆弧上各标定点的特征见表 2, 而工作空间边界标定点的分布图可见图 2。

表 2 各标定点的特征

点标示	寻优变量	标 定 点 的 特 征
bc	θ_1	$\theta_3 = \theta_{3max}, \theta_2$ 的 x 向坐标值趋于最大
b	θ_2	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最大
c	θ_2	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最小
d	θ_1	Q_3 的 x 向坐标值趋于最大
cd		点 c, d 的中点
de	θ_3	Q_1 到直线 $O'O''$ 的距离趋于最小
e	θ_3	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最大
f	θ_1	Q_1 到坐标 O_1, X_1, Y_1, Z_1 的坐标原点的距离趋于最小
ef		点 e, f 的中点
g	θ_2	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最大
fg		点 f, g 的中点
h	θ_1	Q_3 到坐标系 O_3, X_3, Y_3, Z_3 的坐标原点的距离趋于最小
i	θ_3	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最大
hi		点 h, i 的中点
a	θ_1	Q_1 的 Z 向坐标值趋于最大
m		点 i, a 的中点

2.2 工作空间的纵向剖面面积的计算

为了计算方便, 现将坐标原点移至 O' , 过 O' 点作剖面图的切线, 其切点为 de , 并连接线段 $o'b, o'c, o'd, o'de, o'e, o'f, o'g, o'h, o'i$, 如图 2 所示。由图可见, 移轴后各线段与某段圆弧仅交一点, 这将使计算简化。这些线段将剖面图划分为内、外两部分: 外部为 $o'bcddo'$, 内部为 $o'bikgfedeo'$, 则剖面图的面积便是外部面积和内部面积之差, 故有

$$S = S_{外} - S_{内} \tag{8}$$

其中: $S_{外} = S_{o'ad} + S_{o'de} + S_{o'eb}$

$$S_{内} = S_{o'km} - S_{o'kf} + S_{o'fg} + S_{o'gh} + S_{o'hi} + S_{o'ia}$$

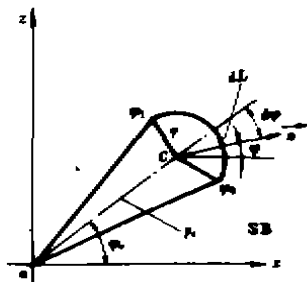


图 3 曲边扇形示意图

从图 2 可见, 内、外部的面积均由许多小的曲边扇形面积所组成, 每个曲边扇形是由两条射线和一段圆心在极点之外的圆弧所围成, 其面积用 SB 来表示, 见图 3。在图中应用斯托克斯公式有下式成立。

$$\oint_{\Sigma} \nabla u(p) \cdot ds = \int_L u(p) \cdot \vec{n} \cdot dL \tag{9}$$

式中: ∇ —— 全微分算子;
 $u(p)$ —— 点 $p(x, y, z)$ 的函数;
 $p(x, y, z)$ —— 圆弧上一点;

\vec{n} —— p 点圆弧的外法线方向；

$dL = r \cdot d\varphi$, r 为圆弧的半径, $d\varphi$ 是圆弧上点 P 处的微转动角度。

若令式(9)中的 $u(p) = P(X, Y, Z) = Xi + Yj + Zk$, 其中 $Y = 0$, 则式(9)便可写成:

$$SB = \frac{1}{2} \cdot \int_L P \cdot \vec{n} dL \quad (10)$$

在圆弧段上有: $\vec{n} = \vec{r}$, $P = P_c + r$, 故

$$\begin{aligned} P \cdot \vec{n} &= P_c \cdot \vec{r} + r \\ P_c \cdot \vec{r} &= P_c \cdot \cos(\varphi - \varphi_c) \end{aligned}$$

把上式及 dL 代入式(10), 于是便得:

$$SB = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \{P_c \cdot [\sin(\varphi_1 - \varphi_c) - \sin(\varphi_0 - \varphi_c)] + r \cdot (\varphi_1 - \varphi_0)\} \quad (11)$$

利用式(8)和(11)便可计算液压挖掘机工作空间的纵向剖面面积。

3 实例计算

现以某一液压挖掘机为例, 其悬伸操作器的 $D-H$ 参数如表 3。

表 3 某液压挖掘机悬伸操作器的 $D-H$ 参数

i	a_{i-1}	a_{-1}	d_i	θ_i
1	0	0	1599.12	$\theta_1 = 0$
2	1.5708	450.03	0	$-60^\circ \leq \theta_2 \leq 60^\circ$
3	0	5200	0	$-148^\circ \leq \theta_3 \leq -8^\circ$ 且 $105^\circ \leq \theta_{3max} - \theta_{3min} \leq 125^\circ$
4	0	1700	0	$-170^\circ \leq \theta_4 \leq 32^\circ$ 且 $150^\circ \leq \theta_{4max} - \theta_{4min} \leq 180^\circ$

根据以上提供的方法编出计算机程序, 该程序以 Quick-Basic 语言编写而成, 在 IBM 系列微机上计算, 结果以图形方式输出, 见图 4。图中所示的坐标值分别为最大的卸载高度、最大的挖掘半径和最大的挖掘深度。从该液压挖掘机工作空间的纵向剖面形状和特殊工作尺寸来看, 该机作业范围较合理, 但平均工作半径偏大; 从实现挖掘机的功能来看, 动臂偏长而斗杆偏短, 但该机具有较大的提重高度。

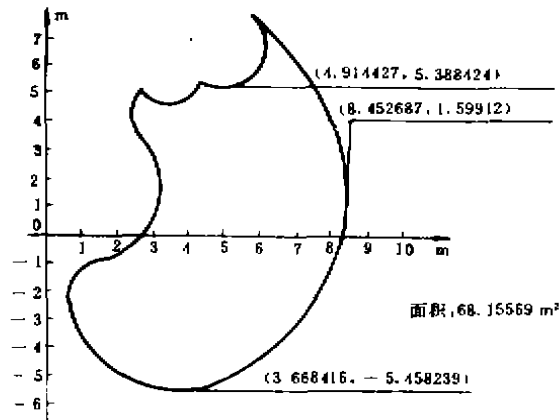


图 1 液压挖掘机 workspace 纵向剖面
参 考 文 献

- 1 王兴海等. 机器人工作空间的数值计算. 机器人, 1988, 2(1)
- 2 郭明等. 多关节机器人工作空间的分析与评价方法. 机器人, 1988, 2(4)
- 3 Tsai Y. C. Soni A. H. An algorithm for the workspace of a general N-R robot. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 1983, 105(1)
- 4 张荣瑞等. 机器人空间机构理论应用. 重庆建筑工程学院学报, 1994, 16(3)
- 5 曹善华. 单斗液压挖掘机. 北京建筑工业出版社, 1989
- 6 刘应杰. 反铲液压挖掘机主参数优化设计. 重庆建筑工程学院硕士论文, 1990

(编辑: 刘家凯)

A CALCULATION FOR THE WORKSPACE OF A HYDRAULIC EXCAVATOR

Su Zhangdao Yin Yongfeng Zhang Rongrui
(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering)

ABSTRACT In this paper, the parametric equation of a hydraulic excavator workspace are established by using the spatial mechanism theory of robot. Characteristic points of the workspace boundary are searched by the optimization procedure and the calculate formula of area of the workspace longitudinal section is found.

KEY WORDS excavator, workspace, robot