

# 并行 E/T 的一个工程算法

10  
4751

晏平

周焯华

杨波

TU712.1  
TP391.75

(重庆大学 400044) (重庆建筑大学基础科学系 400045) (重庆大学 400044)

**摘要** 并行加工系统是典型的生产环境,以 E/T 为目标的并行加工系统调度具有 NP 完备性。本文基于局部—整体较优来分析目标函数,提出了一种启发式算法,该算法具有操作简单,主要是矩阵计算和数值排序,复杂性低,能达到一定的优化水平,易于计算机实现的特点,适合工程实用。

**关键词** 并行加工, 生产调度, 启发式算法, 工程算法, 建筑施工。  
中图分类号 TP391.73

近年来,随着丰田公司的成功,JIT 技术已成为改进生产管理调度的一个重要手段。与此同时,蕴含 JIT 哲理,与交货期有关的 E/T (Early/Tardy) 的生产调度又成为了新的研究热点<sup>[1][2][3]</sup>。该调度就是确保零件在需要的时候(预定的交货期)生产出来。零件提前完工需要库存费用,而零件延迟完工则要向客户交纳拖期损失费。因此调度的目标是使零件提前完工和延误完工的损失值最小。目前国内关于 E/T 排序问题的大量研究都集中在单机的调度上,如[4][5]等以寻求一个共同的交货期而使总损失值较小为目标函数的相应单机 E/T 调度模型,并给出了一些算法。然而在实际中,不同的任务常常有不同的交货期,而且生产环境常常又不是单机的情形。本文针对生产中较典型的并行生产系统,提出了一个较优 E/T 模型。鉴于模型的精确算法有 NP 性,我们采用了启发式求解。基于对局部最优化与整体较优的分析,得到一个新的启式调度算法。算法以矩阵计算,数值排序为主,具有简单明了、易于计算机处理的特点,有一定的工程应用价值。

## 1 并行 E/T 调度的模型

**问题的描述:**生产系统是由  $m$  台进行同样加工的设备  $M_1, M_2, \dots, M_m$  构成,各台设备的加工能力不同。将有由  $J_1, J_2, \dots, J_n$   $n$  个零件构成的任务集  $J$  进入系统接受调度,调度模型如下:

设  $\sigma_i$  是安排在设备  $M_i$  前加工的零件的排序集合,  $\sigma_i$  的长度为  $h_i$ ,  $S$  为  $n$  个零件在整个生产系统前的调度排序集合,  $S = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\}$ 。设在设备  $M_i$  上第  $j$  个加工的零件,其加工时间(包括 setup 时间)、交货期分别表示为  $t_{ij}, d_{ij}$ 。  $G_{ij}$  为其完工时间,则

收稿日期:1997 - 01 - 20

晏平,男,1968年生,博士生

本文为国家 863/CIMS 资助项目

$$C_{ij} = \sum_{h=1}^i t_{jh}$$

$$E_{ij} = \max(0, d_{ij} - c_{ij})$$

$$T_{ij} = \max(0, c_{ij} - d_{ij})$$

$E_{ij}$ 、 $T_{ij}$  分别表示该零件的提前和延迟时间, 令  $\alpha_j$ 、 $\beta_j$  分别表示零件  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 的提前惩罚率和延迟惩罚率, 则调度的目标函数为

$$f(\sigma) = \sum_{i=1}^m [\sum_{j=1}^{h_i} \alpha_j E_{ij} + \sum_{j=1}^{h_i} \beta_j T_{ij}] \quad \sigma \in S$$

$$\min_{\sigma \in S} f(\sigma) = \min_{\sigma \in S} \left\{ \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{h_i} \alpha_j E_{ij} + \sum_{j=1}^{h_i} \beta_j T_{ij}) \right\}$$

令  $m_p$  为在加工设备  $M_p$  上完成的工序集,  $p = 1, 2, \dots, m$ 。

$$z_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{若工序 } k \text{ 优先于工序 } l \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \begin{matrix} (k, l \in m_p \\ p = 1, 2, \dots, m) \end{matrix}$$

$M$  是足够大的整数, 则有约束条件:

$$(1) \begin{cases} C_{jl} - C_{jk} + M(1 - z_{kl}) \geq t_{jl} \\ C_{jk} - C_{jl} + M z_{kl} \geq t_{jk} \end{cases} \quad \text{对所有 } k, l \in m_p, \quad p = 1, 2, \dots, m$$

(2) 任意零件  $j_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 存在唯一  $p_0$  使得  $j_i \in m_{p_0}$ 。

(3)  $z_{kl} = 0, 1$  对所有  $k, l \in m_p$ , 对所有  $p$ 。

上面约束(1)保证同一台机床在同一时刻不能加工一个以上的机器零件; 约束(2)保证同一零件只能到唯一一台加工设备前加工; 约束(3)保证非负性和整数性。

这是一个混合整数规划问题, 寻求最优解的精确算法具有 NP 性。下面我们给出一个工程上可用的启发式算法。

## 2 启发式算法

### 2.1 调度决策和拖期、提前期的关系

对于  $\min_{\sigma \in S} f(\sigma) = \min_{\sigma \in S} \left\{ \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{h_i} \alpha_j E_{ij} + \sum_{j=1}^{h_i} \beta_j T_{ij}) \right\}$  这样的目标, 由于  $\alpha_i > 0$ ,  $\beta_i > 0$ ,

$E_{ij} \geq T_{ij} \geq 0$ , 有  $\sum_{j=1}^{h_i} (\alpha_j E_{ij} + \beta_j T_{ij}) \geq 0$ 。对每个  $i$ , 若各项单式最小(则其和一定最小),

那么  $f(\sigma)$  至少一定较小即可获得一个次优解。其实质就是对每一台加工设备  $M_j$ , 使其上加工的零件集的拖期提前惩罚值最小。因此, 对零件集  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  的生产的最优调度可分为两步, 第一步就是对零件集  $J$  进行“最优或较优”分组至每一台加工设备前; 第二步, 对每一台加工设备分配的零件集  $M_p$  ( $p = 1, 2, \dots, m$ ) 进行“最优或较优排序”, 以获得在该加工设备上零件调度的拖期提前惩罚值最小或较小。现对第一步调度采用矩阵分配法。根据前面的模型条件可得到加工设备负荷分配矩阵, 加工时间(包括 setup 时间)矩阵  $A_1$  和交货期矩阵  $A_2$ :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & J_1 & J_2 & \cdots & J_n \\
 M_1 & (t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n}) \\
 M_2 & (t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n}) \\
 \vdots & & & \cdots & \\
 M_m & (t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mn})
 \end{array} \\
 = A_1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & J_1 & J_2 & \cdots & J_n \\
 M_1 & (d_1 & d_2 & \cdots & d_n) \\
 M_2 & (d_1 & d_2 & \cdots & d_n) \\
 \vdots & & & \cdots & \\
 M_m & (d_1 & d_2 & \cdots & d_n)
 \end{array} \\
 = A_2
 \end{array}$$

让  $A_1 - A_2$  且对其中每个元素取绝对值。

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & J_1 & J_2 & \cdots & J_n \\
 M_1 & (|t_{11} - d_1| & |t_{12} - d_2| & \cdots & |t_{1n} - d_n|) \\
 M_2 & (|t_{21} - d_1| & |t_{22} - d_2| & \cdots & |t_{2n} - d_n|) \\
 \vdots & & & \cdots & \\
 M_m & (|t_{m1} - d_1| & |t_{m2} - d_2| & \cdots & |t_{mn} - d_n|)
 \end{array} \\
 = A_3
 \end{array}$$

对  $A_j$  的每一列乘以相应的提期和拖期惩罚系数:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & J_1 & J_2 & \cdots & J_n \\
 M_1 & (\alpha_1 |t_{11} - d_1| & \alpha_2 |t_{12} - d_2| & \cdots & \alpha_n |t_{1n} - d_n|) \\
 M_2 & (\alpha_1 |t_{21} - d_1| & \alpha_2 |t_{22} - d_2| & \cdots & \alpha_n |t_{2n} - d_n|) \\
 \vdots & & & \cdots & \\
 M_m & (\alpha_1 |t_{m1} - d_1| & \alpha_2 |t_{m2} - d_2| & \cdots & \alpha_n |t_{mn} - d_n|)
 \end{array} \\
 = A_4
 \end{array}$$

及

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & J_1 & J_2 & \cdots & J_n \\
 M_1 & (\beta_1 |t_{11} - d_1| & \beta_2 |t_{12} - d_2| & \cdots & \beta_n |t_{1n} - d_n|) \\
 M_2 & (\beta_1 |t_{21} - d_1| & \beta_2 |t_{22} - d_2| & \cdots & \beta_n |t_{2n} - d_n|) \\
 \vdots & & & \cdots & \\
 M_m & (\beta_1 |t_{m1} - d_1| & \beta_2 |t_{m2} - d_2| & \cdots & \beta_n |t_{mn} - d_n|)
 \end{array} \\
 = A_5
 \end{array}$$

零件与加工设备的相互匹配:

选取得使  $\{\alpha_i |t_{ij} - d_j|, \beta_j |t_{ij} - d_j|, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n\}$  最小的零件和加工设备, 设分别为  $j_i, M_{p1}$ 。然后从零件集和加工设备集中分别去掉, 然后再求解  $\min\{\alpha_i |t_{ij} - d_j|, \beta_j |t_{ij} - d_j|, i \in \{1, 2, \dots, n\}/\{j_i\}, j \in \{1, 2, \dots, n\}/\{M_{p1}\}\}$ , 如此重复下去, 直至  $n$  个零件均选择了一个拖期或提前惩罚值最小的加工设备加工。若  $n \leq m$ , 则此时零件调度分配是次优分配。若  $n > m$ , 将已分配的零件从零件集中去掉, 按上述步骤重新分配剩下的零件, 直至零件分配完毕, 至多分配  $[n/m] + 1$  次。此时某一个加工设备  $M_p$  前可有多零件需要再调度。这时就需要进行下面所述的第二步调度—单机调度。对单机调度有 EDD(最早交货期)调度定理<sup>[6]</sup>。定理如下:

定理: 对于一个给定交货期的单机床调度问题, 使最大延迟时间(完成时间与交货期之差)取极小值的次序为:

$$d_{(1)} \leq d_{(2)} \leq \cdots \leq d_{(i)} \leq \cdots \leq d_{(n)}$$

其中  $d_{(i)}$  为第  $i$  个加工工序的交货期。

此定理启发我们通过仿真分析提出如下使拖期、提前惩罚值较小的排序启发式规则。该规则对两个工程之间的调度是最优的, 但不一定保证整体最优。该规则如下: 对于  $M_p$

前排序的每一个工件  $j_i$  计算其  $|t_{pi} - d_i|$  值, 加工工件按照  $|t_{pi} - d_i|$  递增排序。

## 2.2 算法步骤

step1. 计算零件的矩阵  $A_4$ 、 $A_5$ ;

step2. 令  $p = 0$ , 加工设备  $Mh$  的零件分配集合  $\varphi_h = \emptyset$  (空集),  $h = 1, 2, \dots, m$ ;

step3. 令  $p = p + 1$ , 找出使得  $\min\{\alpha_i |t_{pi} - d_i|, \beta_j |t_{pj} - d_j|\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, n\} /$

$\bigcup_{k=1}^m \varphi_k$  的零件  $J_{qp}$ , 放入相应加工设备  $M_{qp}$  的调度集合  $\varphi_{qp}$ , 若有相同的值, 则优先安排零件号小的;

step4.  $p \leq n$ ?, 若是重复 step3;

step5.  $n \leq m$ ?, 若是则输出次优调度解, 算法结束;

step6.  $\{1, 2, \dots, n\} / \bigcup_{k=1}^m \varphi_k$  空吗? 若不空, 则转 step3, 若空, 令  $h = 1$ , 转下一步。

step7. 对于  $\varphi_h$  中的工件  $j_{ki}$  计算其  $|t_{ki} - d_{ki}|$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_h$ , 对待加工工件按  $|t_{ki} - d_{ki}|$  单调递增排序, 然后输入加工设备  $Mh$  的调度集  $\sigma_h$ ;

step8.  $h = h + 1$ ,  $h = m$ ? 若不是转 step7;

step9. 输出  $S = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\}$  即为整个工件集的调度排序集, 算法结束。

## 2.3 算法复杂性

以上给出的算法其复杂性主要集中在 step3、step7、step8。在 step3 中, 零件分配到加工设备上的算法复杂性等同于冒泡排序算法复杂性, 平均为  $O(m \cdot n^2)$ 。在 step7、step8 中, 从每台加工设备前待加工零件按规则 (启发式规则) 选出一个较佳排序, 其复杂性小于  $O(n)$ , 从而  $m$  台设备上的复杂性为  $O(m \cdot n)$ 。完成整个零件的调度排序的算法复杂性不超过  $O(m^2 n^2)$ 。此算法为有效算法。

## 3 数值实例

设有两台相同的设备  $M_1$ 、 $M_2$  组成一个并行加工系统。零件组  $p_1, p_2 \dots p_8$  将在该子系统上加工其加工时间、交货期以及各损失惩罚率由下表给出:

$j(i)$	1	2	3	4	5	6	7	8
$M_1$ 加工时间	4	5	2	7	3	8	6	7
$M_2$ 加工时间	5	6	3	8	4	9	7	8
交货期	7	8	5	11	6	12	9	13
提前罚率	0.4	0.3	0.2	0.5	0.4	0.2	0.1	0.3
延误罚率	0.6	0.7	0.8	0.5	0.6	0.8	1.0	0.7

通过以上调度算法可得  $M_1$  的加工顺序为  $\{J_2, J_3, J_1, J_8\}$ ,  $M_2$  的加工顺序为  $\{J_1, J_3, J_4, J_6\}$ , 则

$$f(\sigma_2) = 7.8 \quad f(\sigma_1) = 13.1$$

其对应的总损失值为  $f(\sigma) = 13.1 + 7.8 = 20.9$

随机抽取一个零件组的一个排列  $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2\} = \{(1\ 3\ 5\ 7)\ (2\ 4\ 6\ 8)\}$  其对应的总损失值为

$$f(\sigma) = 9.8 + 17.6 = 27.4$$

由此可见该算法具有一定的优化效果。

#### 4 结 论

启发式算法是求解调度的一个重要手段。本文给出的启发式算法复杂性低, 算法主要是矩阵计算和数值排序, 比较简单, 特别易于计算机实现。有一定工程实用价值。

#### 参 考 文 献

- 1 Kenneth Baker. Sequencing with earliness and tardiness penalties. *A Review Operation Research*, 1990, 38(1)
- 2 R. Bellman, A.O. Esogbye and I Nabe Shima. *Mathematical Aspects of Scheduling and Application*. Pergamon Press, 1992
- 3 黄德才. FMS 中生产计划和优化调度算法的研究. 重庆大学博士论文, 1994
- 4 Bagchi V. Scheduling to minimize Earliness and Tardiness Penalties with a Common Due date. Working Paper. Department of Management University of Texas Austin. 1988
- 5 S. Paninalker and M. Smith. Common due date assignment to minimize total penalty for the one machine scheduling problem. *Opens Res.* 30, 1982
- 6 安德鲁, 库夏克. 智能制造系统. 北京: 清华大学出版社, 1993

## A Practicable Engineering Algorithm of Parallel Machining System

*Yan Ping*

(Chongqing University 400044)

*Zhou Zhuohua*

(Department of Fundamental Sciences, Chongqing Jianzhu University, 400045)

*Yang Bo*

(Chongqing University 400044)

Abstract Parallel machining system is a kind of typical production environment. Its scheduling algorithm has Np-Completeness if E/T is optimal criterion. In this paper, an advanced heuristic algorithm is developed. The new algorithm's property lies in simplified computation, low complexity and easy programming. It has been shown that the heuristic algorithm can be used in engineering.

Key Words parallel machining, production schedule, heuristic, algorithm

(编辑: 陈 蓉)