

995 \ 92895A \ 020104

1-116

预应力混凝土超静定结构的变刚度分析法

①
P8, 20(4)
1-7

简斌 黄音 王正霖
(重庆建筑大学建筑工程学院 400045)

TU378.01
TU311.4

摘要 变刚度分析法是一种解预应力超静定结构问题的简便易行且精度较高的分析方法。

该分析方法的计算结果也已为系列大型试验所验证。

关键词 预应力混凝土, 超静定结构, 变刚度法 次弯矩, 初始

中图分类号 TU311.4

次弯矩问题是预应力混凝土超静定结构中的重要问题,也是历史遗留下来的尚未很好解决的难点问题。特别是当结构进入加载的非线性阶段时,次弯矩对结构受力性能的影响及其演化过程,更未能得到很好的研究。因此,如何正确处理好次弯矩,成为解预应力超静定问题的一个关键所在。本文即以次弯矩及其对弯矩重分布的影响为研究核心,来讨论预应力混凝土超静定结构的分析方法。

所谓次弯矩,就是张拉预应力钢筋,将引起超静定结构产生变形的趋势,而这一变形趋势受到结构赘余支承系统的约束。因此在那些赘余支点上产生了反力,这种反力在超静定结构中引起的弯矩即为次弯矩^[1]。

1 预应力连续梁试验简介

在理论分析的基础上,同时总结了前人和我们自己试验研究的经验教训,在1994年至1996年间,针对预应力超静定结构的研究,精心设计了十根跨度为7.6 m+7.6 m的两跨预应力混凝土连续梁。其中八根为有粘结,两根为无粘结,本文的讨论范围仅限于有粘结的内容。

试验对这八根梁进行了统一的安排与设计,以求相互之间存在较多的可比性,其中考虑影响次弯矩和内力重分布的几个主要因素有:临界截面的转动能力、张拉控制应力、初始次弯矩的大小、截面形状等。下面我们结合梁 YTL₁ 和梁 YTL₂ 的试验,来论述如何采用变刚度分析法对预应力混凝土超静定结构进行分析, YTL₁、YTL₂ 两梁的主要差别在于 YTL₂ 不仅有初弯矩,同时还存在初始次弯矩,而 YTL₁ 仅有初弯矩。在此,初始次弯矩的建立和消除均可通过调整连续梁的支座高差实现。同时 YTL₁ 和 YTL₂ 均为临界截面转动能力很强的 T 型截

收稿日期:1997-12-23

简斌,男,1967年生,博士生

国家自然科学基金资助重点项目“现代预应力钢筋混凝土结构体系与计算理论”,批准号 59338130

面连续梁,其配筋图见图 1,试验的加载装置见图 2。

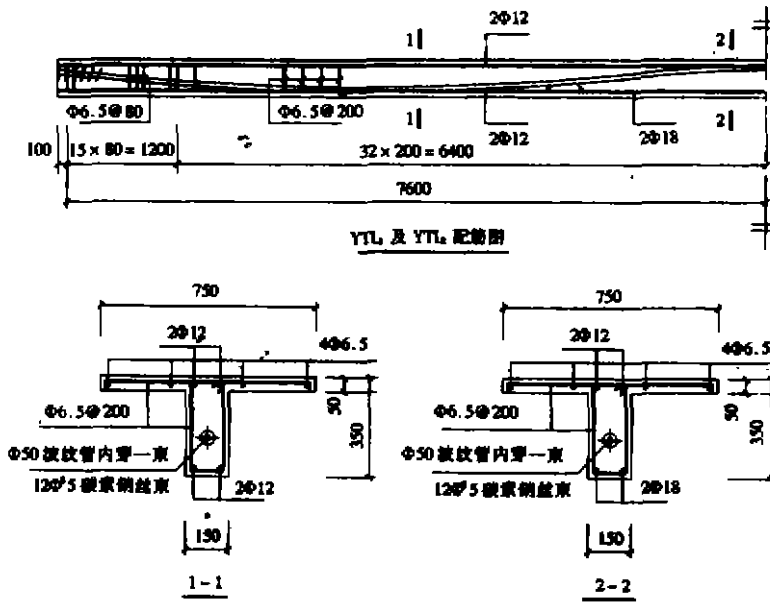


图 1 试件简图

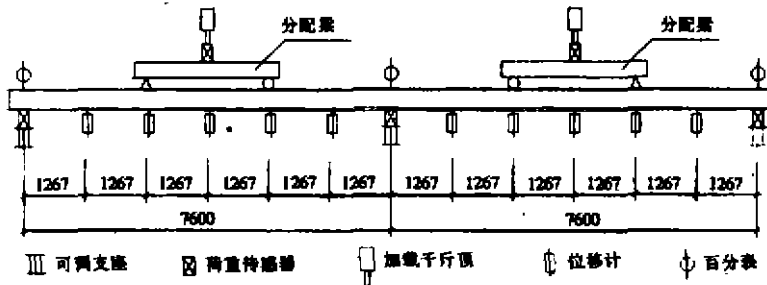


图 2 试验加载及测试装置图

2 变刚度分析法

一般的非线性分析方法通常都是取单元脱离体,逐个分析后再组合求解。本文的变刚度分析法虽然将整根梁划分为 n 个小单元,单元长度可取裂缝平均间距的 2 倍左右。但在计算中并未将小单元完全脱离出来,而是将它们组合成一根梁,整体分析。即把这根梁可看作是分段变刚度梁,随加载的进行,可进行非线性全过程分析。下面即以两跨预应力连续梁为例进行讨论。

2.1 基本假定

1) 平截面假定,即横截面弯曲前为平面,弯曲后仍然保持平面。因此纵向纤维的应变沿截面高度呈线性分布。

- 2) 在整个加载过程中, 力筋与混凝土粘结良好, 不出现滑移现象。
- 3) 在加载过程中, 没有诸如徐变、钢筋松弛之类的与时间有关的效应。
- 4) 分析中采用的混凝土应力-应变曲线为 Hognestad 模型, 而预应力筋和普通钢筋的应力-应变曲线则是在材料试验的基础上分别采用三折线和两折线模型。
- 5) 极限弯矩时相应于受压区混凝土压碎时的极限压应变为 0.00315~0.0038。
- 6) 连续梁不发生受弯破坏之外的其它破坏。
- 7) 在加载过程中, 构件的变形与构件的原始尺寸相比通常甚小, 可以忽略不计。

2.2 预应力连续梁变刚度分析法简介

采用变刚度法进行预应力连续梁全过程分析, 关键问题之一便是单元刚度的建立。首先, 沿连续梁梁长方向将之划分为若干杆单元, 如图 3 所示。在用变刚度法进行 YTL₂ 的分析时, 可将每跨划分为 19 个杆单元, 并假设以各杆单元的中点截面刚度作为整个单元的刚度, 而单元的中点刚度可以通过该截面 $M-N-\varphi$ 曲线关系获得。在预应力连续梁的 $M-N-\varphi$ 曲线的建立过程中, 应注意的是截面上存在初始预应力的作用。

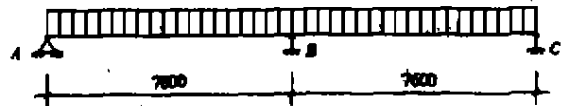


图3 YTL₂梁杆单元的划分

为了研究次弯矩变化与否对预应力连续梁内力重分布的影响, 我们对次弯矩做了不变和变两种不同的假设。其中次弯矩不变的模型计算相对简单, 在此就不详述, 而以次弯矩变化的模型进行讨论。当采用次弯矩变化的模型时, 作为受力分析的预应力连续梁为抽去了相当于初始有效预应力的连续梁, 初始有效预应力的作用则以等效荷载代替。以 YTL₁ 和 YTL₂ 为例, 其承受荷载见图 4。梁上的荷载为自重 q 、外加集中荷载 P 和初始有效预应力产生的等效荷载。 θ 为预应力筋在梁端的水平夹角, P 为初始有效预应力, ω_1 和 ω_2 为梁上各段处的竖向分布等效荷载。

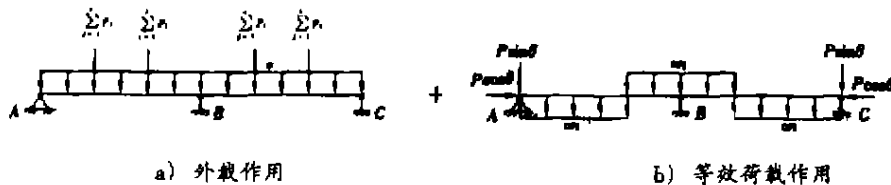


图4 荷载示意图

应当注意的是, 当采用这种次弯矩变化模型进行分析时, 截面 $M-N-\varphi$ 曲线中的 M 为外载弯矩、次弯矩、初弯矩之和, N 即为该截面上的初始有效预应力, 并且是对截面形心取矩。当截面开裂后, 则对开裂后形心取矩。

为了模拟加载的全过程, 通常采用增量法进行变刚度法全过程分析。即在每增加一级荷载作用时, 把梁认为是在该级外荷载和初始有效预应力产生的等效荷载作用下的变刚度两跨连续梁, 然后用力学方法进行求解。分级加载, 直至梁失效。其中外载作用随荷载增加逐级叠加, 而次弯矩和初弯矩随连续梁的刚度变化而变化, 两者不再分别叠加。但仍然构成连续梁该级刚度下的综合弯矩, 即 $M_{总} = M_{外} + M_{初}$ 仍然成立。因此, 当进行内力等各种变

量计算时,初弯矩和次弯矩只能考虑最后一级荷载刚度下初弯矩和次弯矩的作用。通过这样的全过程分析,就能求解出加载全过程的受力情况;能够得到梁的开裂荷载、极限荷载、挠度、裂缝高度等有关数据。为了提高计算精度,通常采用增量法中的中点刚度法进行计算分析。

2.3 两个问题的讨论

在图 4 的两部分受力分析中,外载作用是较容易处理的,而复杂的是等效荷载的作用。这包括两方面的内容,其一是在每级外荷载下引起等效荷载的预应力是否仍为初始有效预应力?它是否随力筋力的增长而变化?其二是随着截面刚度的变化,初弯矩将如何变化,从而导致次弯矩的变化?下面就分别进行讨论。

2.3.1 力筋力的增长

在考虑这个问题之前,首先让我们来看一下图 5a) 中曲线配筋的普通钢筋混凝土连续梁。随加载的进行,力筋力增长,混凝土对钢筋有一个下压力(图 5b))。作为反作用力,钢筋对混凝土则有一个向上的压力,这一向上的压力则有如预应力中的等效荷载(图 5c))。由此可见,当抽出钢筋进行普通钢筋混凝土连续梁的受力分析时,力筋力的增长将引起一个向上的分布反力。当将钢筋置于梁内进行共同受力分析时,这个竖向分布力则成为一个内力,为混凝土对钢筋的压力所平衡。但力筋增长的力仍要参与截面抵抗弯矩的作用。

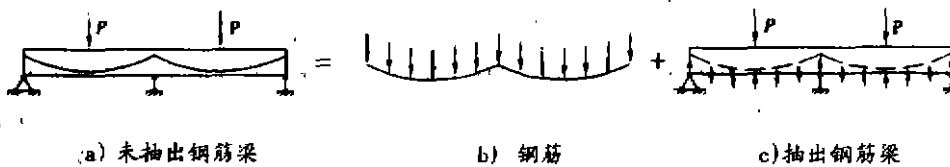


图 5 钢筋分离图

本文研究的预应力连续梁为“抽去初始有效预应力”的连续梁,并未“抽去”加载后全部的预应力筋的力,而由预应力筋力的增长引起的对混凝土向上的压力同样是图 4a) 受力模型中的内力,它不引起图 4b) 中等效荷载的变化。因此,在荷载作用下预应力筋增加的力就相当于这部分预应力筋没有“抽出”,而是和梁中混凝土共同工作,也就不影响初始预应力作用产生的等效荷载。关于初始有效预应力的值取力筋与混凝土粘结前的力比较合适,但该值不便于计算。从工程实用考虑,初始有效预应力就取为扣除全部预应力损失值后的有效预应力,足以满足计算精度要求。

2.3.2 考虑截面刚度变化对次弯矩的影响

根据次弯矩变化的模型,随着连续梁的开裂,梁截面刚度明显变化,对应的形心也产生变化。因此有效预应力产生的初弯矩将同时产生变化,从而导致次弯矩的变化。在此初弯矩和次弯矩的定义同弹性阶段初弯矩和次弯矩的定义。在每一级荷载增量作用下,根据各截面的 $M-N-\varphi$ 曲线关系,可以确定截面的刚度和形心位置,从而也就可以确定此级荷载作用下的初弯矩、次弯矩和综合弯矩。值得一提的是,当采用等效荷载考虑初弯矩的变化时,初弯矩的变化主要是由水平方向上的等效荷载 $P\cos\theta$ 引起的。当作用第 k 级荷载后,抽去有效预应力的连续梁的梁截面上的弯矩为:

$$M_k = \sum_{j=1}^k \Delta M_j + M_q + M_{\Delta} + M_{\mu}$$

其中, M_k 为作用第 k 级荷载时梁截面上总的弯矩, ΔM_j 为第 j 级荷载增量产生的截面弯矩增量, M_q 为梁自重产生的弯矩, M_{Δ} 、 M_{μ} 分别为初始预应力等效荷载在第 k 级荷载刚度下产生的次弯矩和初弯矩。上述各项弯矩值, 均是对此级荷载下截面形心取矩。

当将抽出的有效预应力复原到梁内时, 所得的截面弯矩为

$$MM_k' = \sum_{j=1}^k \Delta M_j + M_q + M_{\Delta}$$

其中 MM_k' 即为未抽出有效预应力的梁截面上总的弯矩。

在通常情况下, 连续梁的弯矩调幅均是由支座向跨中调幅, 支座处刚度削弱较大。因此次弯矩呈减小趋势, 但不会减小至零, 降低的幅度与开裂后沿梁长刚度的重新分布有关。

3.4 计算步骤

- (1) 输入原始数据。
- (2) 计算梁各个单元代表截面的 $M-N-\varphi$ 曲线, 并贮存。
- (3) 按弹性方法计算等效荷载与梁自重作用下各截面初始次弯矩 $SM_{0(i)}$ 、初始初弯矩 $PM_{0(i)}$ 、初始综合弯矩 $ZM_{0(i)}$ 、自重弯矩 $M_{q(i)}$, 进而求得总弯矩 $M_{0(i)}$ 。
- (4) 从各单元的 $M-N-\varphi$ 曲线中找出对应于 $M_{0(i)}$ 的各单元刚度 $EI_{0(i)}$ 。
- (5) 施加 k 级荷载增量 ΔP_k 的一半 $\frac{1}{2}\Delta P_k$ 作用在刚度为 $EI_{k-1(i)}$ 的梁上, 计算它产生的弯矩增量 $\Delta M'_{k(i)}$ 。
- (6) 由截面总弯矩 $M'_{k(i)} = M_{0(i)} + \sum_{j=1}^{k-1} \Delta M_{j(i)} + \Delta M'_{k(i)} + ZM_{k-1(i)}$ 得各单元施加 k 级荷载增量 ΔP_k 时的中点刚度 $EI'_{k(i)}$ 。当 $k=1$ 时, $M'_{1(i)} = M_{0(i)} + \Delta M'_{1(i)} + ZM_{0(i)}$ 。
- (7) 将等效荷载作用在梁刚度为此中点刚度 $EI'_{k(i)}$ 的梁上, 求出次弯矩 $SM_{k(i)}$ 、初弯矩 $PM_{k(i)}$ 及综合弯矩 $ZM_{k(i)}$ 。
- (8) 将荷载增量 ΔP_k 同样作用在中点刚度 $EI'_{k(i)}$ 梁上, 求出荷载弯矩增量 $\Delta M_{k(i)}$ 。
- (9) 计算挠度增量 Δf_k , 则 k 级荷载下的挠度为 $f_k = f_{k-1} + \Delta f_k$ (令 $k=1, \Delta f_{k-1} = 0$)。
- (10) 由 $M_{k(i)} = M_{q(i)} + \sum_{j=1}^k \Delta M_{j(i)} + ZM_{k(i)}$, 求出 k 级荷载下的终点刚度 $EI_{k(i)}$ 。
- (11) 判断是否破坏, 如破坏, 则极限荷载为 $P = \sum_{j=1}^{k-1} P_j$, 停止计算。判断条件为受压区混凝土压应变是否达到极限压应变。
- (12) 如构件不破坏, 令 $k = k + 1$, 转到步骤 5, 继续计算。

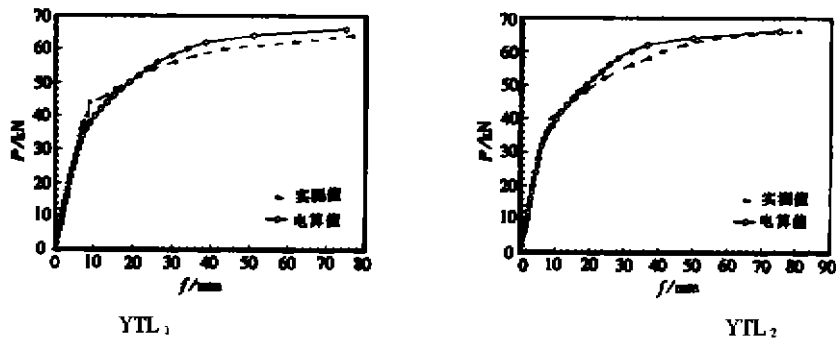
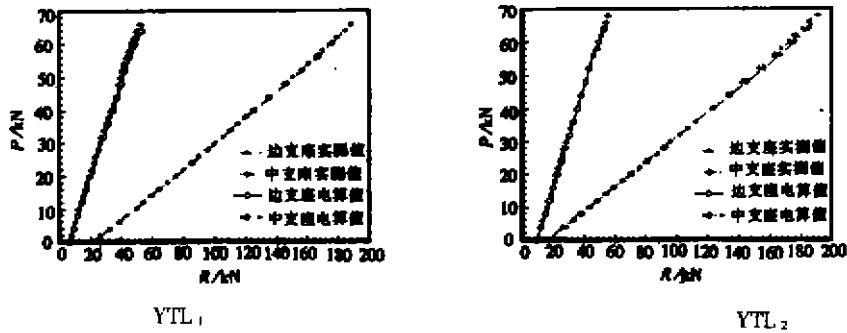
3 电算结果分析

采用该程序对八根有粘结试验梁进行了全过程分析, 现将这八根梁的开裂荷载、极限荷

载的实测值和电算值列于附表中,发现采用该电算程序计算出的各项结果均与试验结果吻合较好。同时列出 YTL_1 和 YTL_2 的荷载-挠度($P-f$)曲线和荷载-支座反力($P-R$)曲线以对比试验值和电算值的差异,从中可以发现两者差异甚小(参见图 6、图 7)。

附表 计算结果与试验结果比较

	中支座开裂荷载(kN)		跨中开裂荷载(kN)		极限荷载(kN)	
	实测	计算	实测	计算	实测	计算
YTL_1	24	20.80	30	33.76	66	64
YTL_2	32	28.40	34	28.50	68	64
YTL_3	22	21.54	36	39.22	72	70
YTL_4	28	27.89	28	29.45	76	76
YTL_5	12	14.00	14	16.00	52	52
YTL_6	20	24.00	28	24.00	62	60
YL_1	18	19.95	26	25.24	58	56
YL_2	12	11.62	20	19.95	56	52

图 6 荷载-挠度($P-f$)曲线图 7 荷载-支座反力($P-R$)曲线

4 结 论

通过理论分析和系列大型预应力连续梁的试验,以及大量的模拟电算分析,可以得到以

下结论:

1) 采用变刚度法进行预应力混凝土连续梁的全过程非线性分析, 其理论根据是较充分的, 操作是简便易行的, 计算结果与试验结果吻合良好。

2) 采用次弯矩变化的模型进行计算分析时, 产生初弯矩和次弯矩的等效荷载可以认为是不变的, 即为初始有效预应力产生的等效荷载, 它与加载时力筋力的增长无关。

3) 采用次弯矩变化的模型进行计算分析时, 在加载过程中, 初弯矩和次弯矩的变化主要是由各单元截面刚度的变化引起的。通常情况下, 次弯矩呈减小的趋势, 但不会消失。

参 考 文 献

- 1 H. Nilson. Design of Prestressed Concrete. John Wiley & sons, inc, 1978

A Varying Rigidity Method in the Analysis of Statically Indeterminate Prestressed Concrete Structures

Jian Bin Huang Yin Wang Zhenglin

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045)

Abstract A varying rigidity method is simple, convenient and accurate in analysing the statically indeterminate prestressed structures. The results from this method are verified by a series of large scale experiments.

Key Words prestressed concrete, statically indeterminate structures, varying rigidity method

(编辑:王秀玲)