第22卷 第6期 重庆建筑大学学报 Vol. 22 No. 6
2000年12月 Journal of Chongqing Jianzhu University Dec. 2000

(18) 70-73

文章编号:1006-7329(2000)06-0070-04

混凝土重力坝边界元可靠度计算*

吴清高[1], 张 明[1], 姚振汉[2]

(1.清华大学 水利水电工程系;2.清华大学 工程力学系,北京 100084)

TV 642.3

摘要:采用对基本随机变量求偏导数的方法建立随机边界积分方程,并具体应用于混凝土重力坝,考虑了坝体材料参数、上游水位和坝基面抗剪断摩擦系数等随机因素。算例分析表明,本文的随机边界元法对诸如混凝土重力坝的大体积建筑物的可靠度分析具有输入数据少、计算结果精度高等优点。

关 键 词:随机边界元;随机变量;应力偏导数;可靠指标;重力坝

中图分类号:TU311.2 **文献标识码**:A

在进行结构的可靠性分析时,对于复杂结构或大体积结构问题,需要采用数值计算方法计算结构的随机应力应变场及可靠度。随机有限元法[1]和随机边界元法[2~6],为大体积结构可靠性计算提供了强有力的手段。边界元法和有限元法相比,对解决某些工程问题,诸如边值问题、无限或半无限域问题和奇异性问题等,具有独特的优点。因此,本文针对混凝土重力坝提出一种基于二维弹性随机边界积分方程的随机边界元法。

1 结构的可靠度计算

设结构可靠度分析中的一组基本随机变量 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$,描述结构的功能函数 $g(X)=g(R,S)=g(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,极限状态方程 $g(X)=0$。R 表示强度,S 表示荷载效应。R 通常是基本随机变量 X 的显函数。对于一般大体积结构来说,S 依赖于荷载与荷载效应之间的转换关系,需通过荷载效应数值计算获得。

对于任意一组基本随机变量 X,可变换得到一组相互独立的标准正态变量 Y,于是 $g(X)$ 可转换到标准正态空间 $G(Y)$,采用迭代方法可以确定极限状态面 $G(Y)=0$ 上距原点最近的设计验算点 Y^*,然后按照距离公式确定结构的可靠指标 $\beta=\sqrt{Y^{*T}Y^*}$,并由公式 $P_f=1-\Phi(\beta)$ 确定失效概率。迭代公式为

$$Y_{i+1}=\left[Y_i\alpha_i+\frac{\nabla G(Y_i)}{|\nabla G(Y_i)|}\right]\alpha_i \tag{1}$$

式中 $\nabla G(Y)$ 为梯度向量,α 是沿着负梯度方向的单位向量。可见确定 Y^* 时,关键是计算 $\nabla G(Y)$。而计算 $\nabla G(Y)$ 的关键是计算 $J_S=\frac{\partial S}{\partial X}$。结构计算中的荷载效应 S 一般都是应力,对于平面问题,$S=\sigma=\{\sigma_x,\sigma_y,\sigma_{xy}\}^T$。

2 随机边界积分方程

一次二阶矩法[3]求可靠指标主要依赖于设计验算点的响应量值及其偏导数值,可采用求基本

* 收稿日期:2000-05-01
作者简介:吴清高(1975-),男,海南人,硕士生,主要从事随机边界元法及其在水利水电工程中的应用研究。

变量偏导数的方法建立随机边界积分方程。二维弹性体的确定性边界积分方程为

$$c^i u_l^i + \int_\Gamma p'_{lk} u_k \mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma u'_{lk} p_k \mathrm{d}\Gamma + \int_\Omega u'_{lk} f_k \mathrm{d}\Omega \tag{2}$$

其中 u_k 和 p_k 分别为 Γ 上的随机位移和面力。

对于二维平面应变问题，方程的体积分项 $\int_\Omega u'_{lk} f_k \mathrm{d}\Omega$ 可用边界积分项 $\int_\Gamma P_l \mathrm{d}\Gamma$ 代替

$$P_l = \frac{(1+v)r}{4\pi E}\left(2\ln\frac{1}{r} - 1\right)\left(b_l n_m r_{,m} - \frac{n_l b_m r_{,m}}{2(1-v)}\right)$$

此时式(3)变为

$$c^i u_l^i + \int_\Gamma p'_{lk} u_k \mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma u'_{lk} p_k \mathrm{d}\Gamma + \int_\Gamma P_l \mathrm{d}\Gamma \tag{3}$$

上式中分别对基本随机变量 $Y_j(k=1,2,\cdots,n)$ 求偏导数后，得随机边界积分方程为

$$C^i \frac{\partial u_l^i}{\partial Y_j} + \int_\Gamma p'_{lk}\frac{\partial u_k}{\partial Y_j}\mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma u'_{lk}\frac{\partial p_k}{\partial Y_j}\mathrm{d}\Gamma + \int_\Gamma \frac{\partial u'_{lk}}{\partial Y_j}p_k \mathrm{d}\Gamma + \int_\Gamma u'_{lk}p_k \mathrm{d}\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial Y_j}\right) + \int_\Gamma \frac{\partial P_l}{\partial Y_j}\mathrm{d}\Gamma$$
$$+ \int_\Gamma P_l \mathrm{d}\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial Y_j}\right) - \int_\Gamma \frac{\partial p'_{lk}}{\partial Y_j}u_k \mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma p'_{lk}u_k \mathrm{d}\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial Y_j}\right) \tag{4}$$

类似地，可得内点应力雅可比矩阵 J_s

$$J_s = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial Y_l} = \int_\Gamma\left(\frac{\partial D_{kij}}{\partial Y_l}p_k + D_{kij}\frac{\partial p_k}{\partial Y_l}\right)\mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma\left(\frac{\partial S_{kij}}{\partial Y_l}u_k + S_{kij}\frac{\partial u_k}{\partial Y_l}\right)\mathrm{d}\Gamma$$
$$+ \int_\Omega\left(\frac{\partial D_{kij}}{\partial Y_l}f_k + D_{kij}\frac{\partial f_k}{\partial Y_l}\right)\mathrm{d}\Omega \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{5}$$

式中 $\partial D_{kij}/\partial X_l$，$\partial S_{kij}/\partial X_l$ 和 $\partial f_k/\partial X_l$ 均为 X 的显函数，易于求出，而 u_k，p_k，$\partial u_k/\partial Y_l$，$\partial p_k/\partial Y_l$ 可由随机边界元法的基本方程求出。

边界点的 J_s 可通过解下列方程组得到：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n_k}{\partial Y_j}\sigma_{lk} + n_k\dfrac{\partial \sigma_{lk}}{\partial Y_j} = \dfrac{\partial p_l}{\partial Y_j} \qquad \dfrac{\partial}{\partial Y_j}\left(\dfrac{\partial u_k}{\partial x_m}\cdot\dfrac{\partial x_m}{\partial \eta_a}\right) = \dfrac{\partial}{\partial Y_j}\left(\dfrac{\partial u_k}{\partial \eta_a}\right) \\ \dfrac{\partial \sigma_{lk}}{\partial Y_j} - \dfrac{\partial}{\partial Y_j}\left(\dfrac{2Gv}{(1-2v)}\dfrac{\partial u_i}{\partial x_m}\delta_{im}\right) - \dfrac{\partial}{\partial Y_j}\left(G\left(\dfrac{\partial u_l}{\partial x_k} + \dfrac{\partial u_k}{\partial x_l}\right)\right) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

其中 $j=1,2,\cdots,n$；a 表示第 a 单元，而 $\partial u_k/\partial Y_j$，$\partial p_L/\partial Y_j$ 可由随机边界元法的基本方程求出。已知 J_s，最终可求得任一点的应力可靠指标。

3　随机边界元法在重力坝可靠性分析中的应用

混凝土重力坝每一种材料的参数如弹模、泊松比、容重可以随机变化，体力和边界上任何一种性质的作用力都可随机变化。在坝踵附近应力变化较剧，则坝踵处的抗拉可靠度值变化较大。本文采用稍微离开坝踵处的一点的抗拉可靠度作为衡量坝踵抗拉的可靠度。

表1　随机变量参数

	弹模 E (t/m²)	容重 γ (t/m³)	上游水深 H_1 (m)	泊桑比 μ	$\sigma_{压}$ (t/m²)	$\sigma_{拉}$ (t/m²)	f'	c' (t/m²)
均　值	2.0×10^6	2.4	100	0.16	−2 334	189.5	1.0	100
标准差	2.0×10^5	4.8×10^{-2}	6.3	3.2×10^{-3}	−466.8	37.9	0.2	30
变异系数	0.1	0.02	0.063	0.02	0.2	0.2	0.2	0.3

考虑一典型的混凝土重力坝，坝高 $H=110$ m，坝体下游边坡1:0.8，上游水深100 m，除坝体自重及上游水压外，不考虑其它荷载。各随机变量皆按正态分布，其参数的统计值如下表(为计算方便

起见，设地基材料参数与坝体一致）：

程序中采用精度较高的二次单元。坝体和地基的划分网格如下图，91个节点，46个单元。

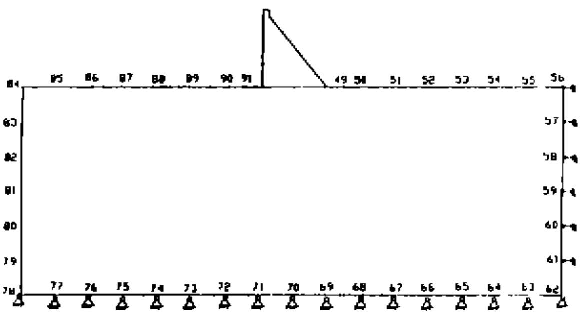

图1(a) 坝基网格图

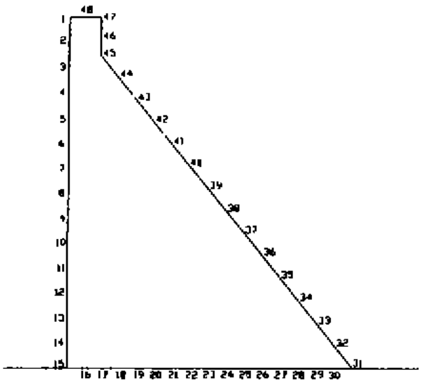

图1(b) 坝体网格图

(1)通过计算，可得重力坝可靠指标为：

$$\beta_{坝踵抗拉} = 4.527 \quad \beta_{坝趾抗压} = 4.754 \quad \beta_{坝基抗剪稳定} = 4.308$$

计算结果比较符合工程实际情况。

(2)各个随机变量的变异系数变化时，$\beta_{稳定}$值的变化如下：

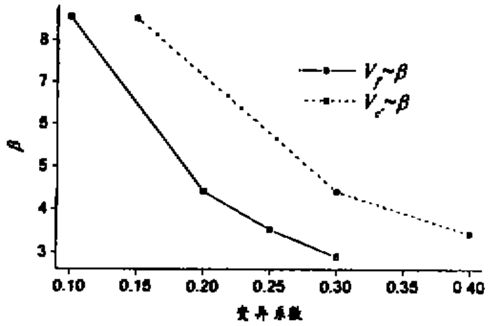

图2 f',c'变异系数对可靠指标的影响

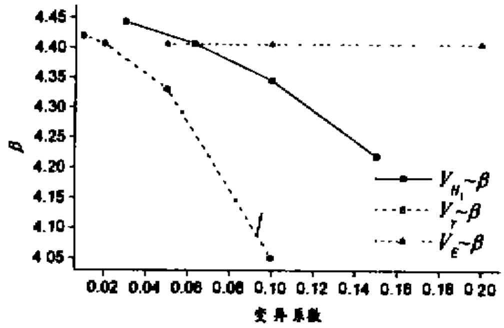

图3 H_1,γ,E 变异系数对可靠指标的影响

可见抗剪断摩擦系数f'和凝聚力c'的变异系数对重力坝的稳定安全影响较大，坝体容重和上游水位H_1的影响较小些，而坝体材料系数的影响可以忽略。这些都符合重力坝的工程实际情况。

4 结 论

本文采用求偏导数法建立二维弹性随机边界积分方程，并应用于混凝土重力坝的强度及稳定可靠度分析。对于诸如混凝土重力坝的大体积建筑物，采用随机边界元法计算结构若干已知危险点或滑裂面的可靠度，具有计算工作量小而精度较高的明显优点。算例分析表明，该方法是行之有效的。

参考文献：

[1] Dasgupta Gautam. Stochastic finite and boundary elements[J]. Proceedings of Engineering Mechanics,May 24～27 1992:932～935

[2] Burczynski T. Skrzypczyk J. Theoretical and computational aspects of the stochastic boundary element method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering .1999,168(1～4):321～344

[3] Ren Yongjian, Jiang Aimin, Ding Haojiang. Stochastic boundary element method in elasticity[J]. Acta Mechanica Sinica, 1993, 9(4): 320～328

[4] Kaljevic Igor, Saigal Sunil. Stochastic boundary elements in elastostatics[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1993, 109(3～4): 259～280

[5] 温卫东,陈伟,高德平. 二维弹性随机边界元与可靠度分析[J]. 应用力学学报, 1995, 12(1): 8～11

[6] Nakagiri. S, Suzuki. K and Hisada. T. Stochastic boundary element method applied to stress analysis[A]. Proc. 5 th. Int Conf. On Boundary Elements[C], Hiroshima, Japan, 1983

Reliability Computation of Concrete Gravity Dam with Boundary Element Method

WU Qin-gao[1], *ZHANG Min*[1], *YAO Zhen-han*[2]

(1. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Based on the method of obtaining the partial derivatives of basic random variables, stochastic boundary integral equations are established, and practically, the method is applied to solve the engineering problems of concrete gravity dams, considering the random factors including material parameters of dambody, water level of upper reaches, anti-slide friction coefficient of dam base, etc. Numerical examples show that the stochastic boundary element method applied in the paper, in computing the reliability degree of grand volume costructions such as concrete gravity dam, comparatively has the advantages of fewer inputting data and more precise computational results.

Key words: stochastic boundary element; random variable; stress partial derivatives; reliability index; gravity dam