

文章编号: 1006-7329(2000)06-0074-04

三维无限域问题材料参数反分析的边界元方法*

向志海, 岑章志
(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘要: 根据对偶边界控制反分析原理编制了基于三维边界元方法的岩土材料参数识别程序, 并使用了无限边界单元来解决岩土工程中固有的无限域问题。实际计算结果表明了此方法的有效性。

关键词: 反问题; 对偶边界控制法; 边界元; 参数识别

中图分类号: TU52

文献标识码: A

反分析法通过现场的测量信息(位移、应变和应力等)来反演识别材料参数。其主要类型有: 逆法^[1]、直接法^[2]、对偶边界控制法^[3,4]和先验信息法^[4]。逆法一般收敛较快而且算法较为稳定, 但需要改写原控制方程, 程序编制较困难。直接法不需要改变原正问题的求解程序, 程序编制较容易、算法灵活, 但收敛速度和稳定性较差。对偶边界控制法结合了逆法和直接法的优点, 将观测量的约束条件引入控制方程中, 使得待求的材料参数和原系统未知量同时得到求解。而先验信息法只是在上述三种方法中加入了工程经验信息^[4]。实际工程中的岩土往往被假设为等效线弹性均匀材料, 这样就可以利用边界元降维的优势来减少计算工作量。本文根据对偶边界控制法的原理编制了基于三维边界元方法的材料参数反分析程序。并使用了无限单元来模拟岩土工程中的半无限域问题。最后通过两个算例验证了本算法的有效性。

1 基于对偶边界控制原理的边界元反分析格式

1.1 考虑无限单元的三维线弹性边界元方法

在不考虑体力的情况下, 考虑无限边界单元的三维线弹性边界元方程为^[5]

$$c_{ij}(x^p)u_j(x^q) = \sum_{b=1}^{N_e} \left[\sum_{e=1}^{N_d} \int_{\Gamma_b} U_{ij}^e \Psi^e |J| d\zeta d\eta \epsilon_i(x^{d(b,e)}) \right] - \sum_{b=1}^{N_e} \left[\sum_{e=1}^{N_d} \int_{\Gamma_b} T_{ij}^e \Phi^e |J| d\zeta d\eta \epsilon_j(x^{d(b,e)}) \right] + \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_R} U_{ij}^e t_j d\Gamma - \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_R} T_{ij}^e u_j d\Gamma \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

其中 p 为源点 q 为场点; $U_{ij}^e(x^p, x^q)$ 和 $T_{ij}^e(x^p, x^q)$ 为基本解; Ψ^e 、 Φ^e 分别为面力和位移插值函数; c_{ij} 为自由项; N_e 为边界单元数; N_d 为单元节点数; $d(b, e)$ 为第 b 个单元的第 e 号节点的整体节点号。

设在给定位移边界上, \bar{u} 为已知位移, t_n 为未知面力; 在给定面力边界上 u_n 为未知位移, \bar{i} 为已知面力; 将(1)式写为矩阵形式, 并将所有未知量移到左边, 已知量移到右边, 可得边界元方程

$$\begin{pmatrix} H_{11} & -G_{12} \\ H_{21} & -G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ t_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & -H_{12} \\ G_{21} & -H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{i} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \quad (2)$$

1.2 三维对偶边界控制法的线弹性边界元格式

由于面力不便于直接测定, 我们只使用位移 \bar{u} 为反分析的输入量:

* 收稿日期: 2000-05-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19572037)

作者简介: 向志海(1975-), 男, 四川成都人, 博士生, 主要从事计算力学研究。

$$S_u u_t = \tilde{u}, \quad x \in \Gamma, \quad (3)$$

其中 S_u 为测量方向的对角矩阵。

令误差为
$$e = \tilde{u} - S_u u_t \quad (4)$$

目标函数为
$$W(u_t, p) = \left(\sum_{i=1}^{m_u} |u_i / \tilde{u}_i| \right) / m_u \quad (5)$$

其中 p 为材料参数向量, m_u 为测量到的位移的个数。

整个反分析过程将进行迭代求解。对第 k 步迭代, 令

$$u_t^{k+1} = u_t^k + du_t \quad t_u^{k+1} = t_u^k + dt_u \quad p^{k+1} = p^k + dp \quad (6)$$

代入(2)和(4)式中, 略去二阶以上小项并整理得到

$$\begin{bmatrix} H_{11}(p^k) & -G_{12}(p^k) & k_1^k \\ H_{21}(p^k) & -G_{22}(p^k) & k_2^k \\ S_u & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} du_t \\ dt_u \\ dp \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^k \end{Bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$k_1^k = \frac{\partial H_{11}(p^k)}{\partial p} u_t^k - \frac{\partial G_{12}(p^k)}{\partial p} t_u^k + \frac{\partial H_{12}(p^k)}{\partial p} \tilde{u}_u - \frac{\partial G_{11}(p^k)}{\partial p} \tilde{t} \quad (8)$$

$$k_2^k = \frac{\partial H_{21}(p^k)}{\partial p} u_t^k - \frac{\partial G_{22}(p^k)}{\partial p} t_u^k + \frac{\partial H_{22}(p^k)}{\partial p} \tilde{u}_u - \frac{\partial G_{21}(p^k)}{\partial p} \tilde{t} \quad (9)$$

从(7)式可以得到法方程:

$$\begin{aligned} & -S_u \begin{bmatrix} H_{11}(p^k) & -G_{12}(p^k) \\ H_{21}(p^k) & -G_{22}(p^k) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} k_1^k \\ k_2^k \end{Bmatrix} dp = e^k \\ & B^k dp = e^k \\ & (B^k)^T B^k dp = (B^k)^T e^k \end{aligned} \quad (10)$$

由此可以建立反分析算法:

- 1) 给定材料参数初始值 p^0 和误差限 ϵ 。令 $k=0$
- 2) 求解边界元方程(2)得到 u^k, t^k
- 3) 由(4)式得到 e^k ; 由(5)式计算 W 。若 $W < \epsilon$ 则停止迭代, 否则转4)
- 4) 求解(10)式, 得到 dp ; 令 $p^{k+1} = p^k + dp, k=k+1$ 转2)

2 算例

2.1 半无限地基受局部均布力作用

图1所示的半无限地基受100 Pa 局部均布载荷作用。地基的真实杨氏模量 $E=10\ 000$ Pa, 泊松比 $\nu=0.3$ 。首先进行一次正分析。再取1、2和3点的 Z 向位移量 ($Z_1=0.004\ 992\ 769$ m, $Z_2=0.005$

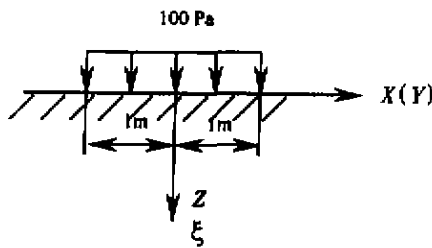


图1(a) 半无限地基问题受力图

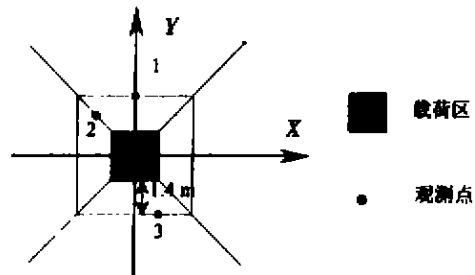


图1(b) 半无限地基问题网格图及观测点分布

085 619 m, $Z_3=0.004\ 465\ 954\ \text{m}$)作为反分析的输入量。收敛过程见表1。

表1 半无限地基问题参数识别迭代过程

迭代步数	杨氏模量 $E(\text{Pa})$	泊松比 ν	迭代步数	杨氏模量 $E(\text{Pa})$	泊松比 ν
0	1 000.000	0.450	4	8 258.081	0.319
1	1 918.031	0.421	5	9 701.400	0.303
2	3 495.202	0.388	6	9 991.227	0.300
3	5 800.742	0.350	7	9 999.992	0.300

2.2 挖坑问题

图2所示的挖坑问题。岩土杨氏模量 $E=4.0 \times 10^9\ \text{Pa}$ 、泊松比 $\nu=0.25$ 、密度 $\rho=3\ 000\ \text{kg/m}^3$ 。首先进行一次正分析。再取1、2和3点的 Z 向位移量 ($Z_1=0.000\ 010\ 201\ \text{m}$, $Z_2=0.000\ 004\ 385\ \text{m}$, $Z_3=0.000\ 003\ 046\ \text{m}$)作为反分析的输入量。收敛过程见表2。

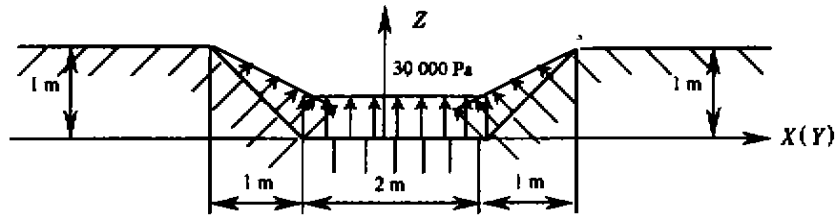


图2(a) 坑剖面视图

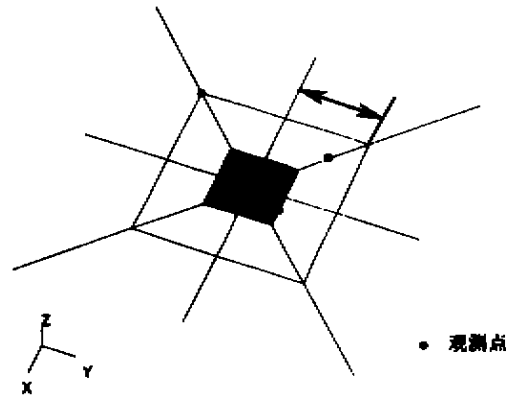


图2(b) 坑的网格划分及观测点分布图

表2 挖坑问题参数识别迭代过程

迭代步数	杨氏模量 $E(\text{Pa})$	泊松比 ν	迭代步数	杨氏模量 $E(\text{Pa})$	泊松比 ν
0	4.000×10^8	0.100	10	3.736×10^9	0.347
1	7.379×10^8	0.330	11	3.811×10^9	0.322
2	1.221×10^9	0.490	12	3.866×10^9	0.302
3	1.790×10^9	0.490	13	3.907×10^9	0.287
4	2.409×10^9	0.490	14	3.936×10^9	0.276
5	2.927×10^9	0.490	15	3.956×10^9	0.268
6	3.237×10^9	0.478	16	3.970×10^9	0.262
7	3.397×10^9	0.444	17	3.980×10^9	0.258
8	3.528×10^9	0.409	18	3.987×10^9	0.256
9	3.642×10^9	0.376			

3 结论

本文根据对偶边界控制法的原理编制了材料参数反分析的三维边界元程序,并用无限单元来

模拟岩土工程中的无限域问题,两个算例说明了本算法是稳定而高效的。当然由于实际岩土材料的复杂性,有时在某些区域有必要采用其它的本构模型。此时边界元方法已没有明显的优势,而宜采用边界元和有限元耦合的方法。怎样设计基于对偶边界控制原理的、高效的、能同时识别边界元与有限元区域的材料参数的算法正是我们下一步的工作。

参考文献:

- [1] Gioda G and Maier G. Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel tests[J]. *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, 1980, 15: 1823~1848
- [2] Cen ZZ, Shen XP and Xu BY. A numerical method of material parameter identification in rock-engineering[A]. Proceedings of 8th International Conference on Computational Methods Advances in Geomechanics[C]. Balkema Rotterdam, West Virginia, U. S. A., 1994, 2229~2234
- [3] Ichikawa Y and Ohkami T. A parameter identification procedure as a dual boundary control problem for linear elastic material[J]. *Soils and foundations*, 1992, 32: 35~44
- [4] Dong Qinx. Parameter Identification and its application to tunnelling[D]. Doctoral Dissertation, Innsbruck University, Austria, 1997
- [5] Cen ZZ, Swoboda G and Du QH. The dam-foundation problems treated by 3-D finite elements in combination with infinite boundary elements boundary element[A]. In: Tanaka M, Du Q and Honma T eds. *Boundary Element Methods*[C], Elsevier Science Publishers, B. V., 1993, 131~140

Boundary Element Method of Material Parameter Identification in 3-D Infinite Problem

XIANG Zhi-hai, CEN Zhang-zhi

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A 3-D boundary element method and dual boundary control technique of material parameter identification were proposed in this paper. The infinite boundary element was used for infinite problem in geomechanics. The computational result shows the validity of the proposed method.

Key words: back analysis; dual boundary control technique; boundary element method; parameter identification