



文章编号:1006-7329(2002)06-0100-06

整体提升脚手架内力计算*

陈世教, 张红伟, 李志强

(重庆大学 机械学院, 重庆 400044)

摘要:由于建筑物的形状不同,在建筑施工过程中所用的整体提升脚手架的布置也就不同,从而造成了整体提升脚手架在实际运用中内力的差异。基于这种原因,本文通过对整体提升脚手架设计方法的研究,建立了三跨连续梁的力学模型,分析了其受力特性,对脚手架在实际布置的最恶劣工况中所受到的各种载荷进行分析,从而得到了整体提升脚手架内力的一般求解方法。把上述方法求解出的各种载荷下的内力进行组合,即可用于验证脚手架的安全性。本文所述方法在脚手架设计时具有通用性。

关键词:整体提升脚手架;力学模型;内力计算

中图分类号:TU312+.1

文献标识码:A

整体提升脚手架由于其组装快捷,提升简便,布置灵活等优点得到了广泛的应用。由于建筑物形状的变化多样,因此脚手架在实际的组装中也要随之变化。从而导致脚手架所受的内力变化,本文拟对设计中的内力计算进行探讨以供参考。

1 架体构造及自重、施工载荷集度

整体提升脚手架的主要结构如图1所示。结构设计时为了安全起见,整体提升脚手架下面 m 层竖向钢管的布置要比上面 n 层的密度大。根据文献[1]可确定每单元的自重 G ,下面 m 层的自重集度 q_1 ,其余层的自重集度 q_2 以及按三层作业计算时每层的施工载荷集度 q_3 。

2 求解内力的力学模型及内力求解

为了安全起见,需要找出脚手架受力最恶劣的计算工况。因此取出脚手架连续三跨都达到设计规定的最大跨度,按连续梁进行计算,建立的力学模型如图2。当按此力学模型设计出的脚手架在布置时的实际跨度(特殊情况除外)只要小于最大跨度就是安全的,不必随建筑物的不同重复进行设计计算。根据[1]的规定对称悬挑部分的长度按支撑跨度的 $1/4$ 计算,据此规

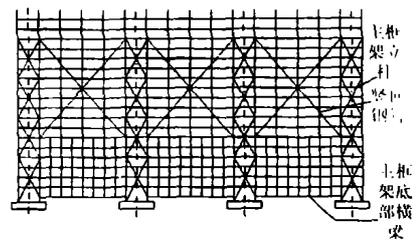


图1 整体提升脚手架示意图

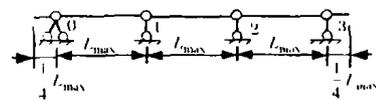


图2 三跨连续梁力学模型

定可将图2简化成图3的力学模型,其中: $F_0 = F_3 = \frac{1}{4} qL_{max}$, $M_0 = M_3 = -\frac{1}{8} qL_{max}$ (负号表示与所标

* 收稿日期:2002-10-18

作者简介:陈世教(1949-),男,湖南常德人,教授,主要从事机械设计理论研究。

方向相反), q 为载荷集度。

2.1 载荷计算

在进行脚手架内力计算时应考虑如下的载荷即:作业层施工载荷的计算载荷 q'_3 ,接料平台施工载荷 Q_1 ,主框架立柱的自重按规定确定。设所受的风载荷分布集度为 q_w 。

2.2 主框架立柱的轴向载荷

2.2.1 由工作层自重引起的载荷

计算由工作层自重引起的轴向载荷的力学模型如图 4 所示。

根据图 4 可列三弯矩方程如下:

$$\begin{cases} M_0 L_{\max} + 2M_1(L_{\max} + L_{\max}) + M_2 L_{\max} = -6B_1^{\#} - 6A_2^{\#} \\ M_1 L_{\max} + 2M_2(L_{\max} + L_{\max}) + M_3 L_{\max} = -6B_2^{\#} - 6A_3^{\#} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $B_1^{\#} = B_2^{\#} = A_2^{\#} = A_3^{\#} = \frac{qL_{\max}^3}{24}$

解方程组(1)得:

$$M_1 = M_2 = -\frac{3}{40}qL_{\max} \quad (\text{负号表示与所设方向相反}) \quad (2)$$

各支座反力按下式求得:

$$R_0 = R_3 = \frac{1}{2}qL_{\max} + \frac{M_1 - M_0}{L_{\max}} + F_1 = \frac{4}{5}qL_{\max} \quad (3)$$

$$R_1 = R_2 = qL_{\max} + \frac{M_2 - M_1}{L_{\max}} + \frac{M_0 - M_1}{L_{\max}} = \frac{19}{20}qL_{\max} \quad (4)$$

将各层的载荷集度 q 分别代入式(2)、(3)、(4)即可得到各层立柱上的载荷 M_1 、 M_2 、 R_0 、 R_1 、 R_2 、 R_3 。

2.2.2 作业层施工载荷引起的轴向载荷

鉴于力学模型与 2.1 部分完全相同,故只将施工载荷集度 q'_3 带入 2.1 中的(2)、(3)、(4)即可得到施工载荷在相应各层引起的立柱上的载荷 R_0 、 R_1 、 R_2 、 R_3 。

2.2.3 接料平台上的物料引起的轴向载荷

计算接料平台上的物料引起的轴向载荷的力学模型如图 5。设接料平台的施工载荷作用在左半部分距 1 支座 l_0 处(l_0 的大小根据实际情况确定)。由于只考虑物料引起的弯矩故:

$M_0 = M_3 = 0$ 。

根据图 5 列三弯矩方程如下:

$$\begin{cases} 2M_1(L_{\max} + L_{\max}) + M_2 L_{\max} = -6B_1^{\#} - 6A_2^{\#} \\ M_1 L_{\max} + 2M_2(L_{\max} + L_{\max}) = -6B_2^{\#} - 6A_3^{\#} \end{cases} \quad (5)$$

其中: $A_2^{\#} = B_2^{\#} = A_3^{\#} = 0$

$$B_1^{\#} = \frac{1}{6L_{\max}}Q_1(L_{\max} - l_0)l_0[L_{\max} + (L_{\max} + l_0)] = \frac{Q_1}{6L_{\max}}(L_{\max} - l_0)l_0(2L_{\max} - l_0)$$

解方程组(5)得:

$$\begin{cases} M_1 = -\frac{8B_1^{\#}}{5L_{\max}} \\ M_2 = \frac{2B_1^{\#}}{5L_{\max}} \end{cases} \quad (6)$$

$$R_1 = R_2 = \frac{Q_1(L_{\max} - l_0) + \frac{18B_1^{\#}}{5L_{\max}}}{L_{\max}} \quad (7)$$

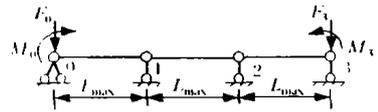


图 3 简化模型

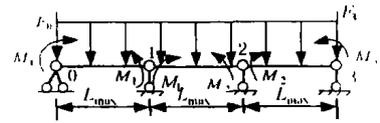


图 4 工作层自重力学模型

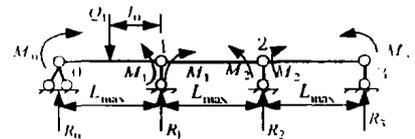


图 5 物料引起轴向载荷的计算简图

$$R_0 = R_3 = \frac{Ql_0 - \frac{8B_1^\phi}{5L_{\max}}}{L_{\max}} \quad (8)$$

2.2.4 自重引起的轴向载荷

由于主框架的形状已确定,主框架的平均密度 ρ 也就确定,假设坐标原点在主框架的顶部,则主框架自重引起的轴向载荷可用下式进行计算:

$$R_x = \rho x \quad (9)$$

式中: x 为计算轴向载荷的位置距坐标原点的距离。

2.3 主框架立柱内力计算

2.3.1 由自重及施工载荷引起的偏心弯矩的计算

由于立柱安装制造不可避免的误差,故应考虑各层的轴力在 x, y 两个方向产生的偏心弯矩,其力学模型如图 6,图中:

$$\bar{M}_i = R_i \times L_0 \times \frac{i-1}{100} \quad (10)$$

式中: \bar{M}_i 为 i ($i=2 \sim b$) 层产生偏心弯矩; R_i 为第 i 层受到的轴向载荷; L_0 为 i 层的高度。 l_1, l_2, l_3 由实际情况确定。

由于只考虑施工载荷的作用,故:

$$M_A = M_C = 0$$

列三弯矩方程得:

$$2M_B(l_1 + l_2) = -6B_1^\phi - 6A_2^\phi \quad (11)$$

其中: $B_1^\phi = \frac{\bar{M}_2}{6l_1}(3 \times L_0^2 - l_1^2) + \dots + \frac{\bar{M}_a}{6l_1}[3 \times (aL_0)^2 - l_1^2]$

$$A_2^\phi = \frac{\bar{M}_{a+1}}{6l_2}(l_2^2 - 3l_4^2) + \dots + \frac{\bar{M}_{a+(i+1)}}{6l_2}[l_2^2 - 3(l_4 - i \times L_0)^2] + \dots + \frac{\bar{M}_b}{6l_2}\{l_2^2 - 3[l_4 - (b - a - 1)L_0]^2\}$$

$$l_4 = l_2 - (a + 1)L_0 + l_1$$

式中: a 为 $A \sim B$ 之间的层数; b 为 $B \sim C$ 之间的层数。代入便可得到 M_B 。

则
$$R_A = -\frac{\bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_a}{l_1} + \frac{M_B}{l_1} \quad (12)$$

$$R_B = \frac{\bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_a}{l_1} - \frac{\bar{M}_{a+1} + \dots + \bar{M}_b}{l_2} - M_B\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right) \quad (13)$$

$$R_C = \frac{\bar{M}_{a+1} + \dots + \bar{M}_b}{l_2} + \frac{M_B}{l_2} \quad (14)$$

2.3.2 风载荷引起的内力

立柱受到的风载荷如图 7 所示,其中:

$$M'_C = -\frac{1}{2}q_w l_3^2, \quad Q'_C = q_w l_3, \quad M'_A = 0$$

式中: M'_C, Q'_C 表示立柱悬伸部分的风载荷在支座 C 处产生的弯矩与集中载荷。

由图 7 列连续梁的三弯矩方程得:

$$2M'_B(l_1 + l_2) + M'_C l_2 = -6B_B^\phi - 6A_C^\phi \quad (15)$$

式中: $B_B^\phi = \frac{q_w l_1^3}{24}, \quad A_C^\phi = \frac{q_w l_2^3}{24}$

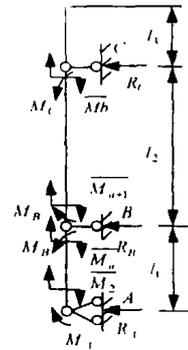


图 6 偏心弯矩力学模型

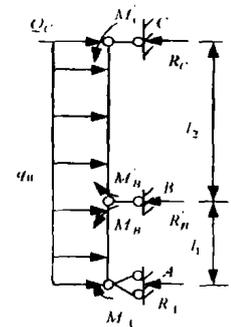


图 7 风载荷力学模型

则
$$M'_B = \frac{q_w}{8(l_1 + l_2)}(2l_3^2 l_2 - l_1^3 - l_2^3) \quad (16)$$

从而
$$R'_A = q_w \frac{(2l_3^2 l_2 + 3l_1^3 - l_2^3 + 4l_1^2 l_2)}{8l_1(l_1 + l_2)} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} R'_B &= \frac{q_w(l_1 + l_2)}{2} + \frac{M'_C - M'_B}{l_2} - \frac{M'_B}{l_1} \\ &= \frac{q_w}{8l_1 l_2} (l_2^3 + 4l_1 l_2^2 - 2l_3^2 l_2 + 4l_1^2 l_2 + l_1^3 - 4l_1 l_2^3) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} R'_C &= \frac{q_w l_2}{2} + Q'_C + \frac{M'_B - M'_C}{l_2} \\ &= \frac{q_w}{8(l_1 + l_2)l_2} (4l_1 l_2^2 + 3l_2^3 + 8l_1 l_2 l_3 + 8l_3 l_2^2 + 4l_1 l_2^3 + 6l_3^2 l_2 - l_1^3) \end{aligned} \quad (19)$$

2.4 工作层横梁及竖向支承钢管内力计算

2.4.1 下面 m 层的内力计算

由于上面各层受到的力都在下面 m 层产生力的作用,因此下面 m 层竖向钢管的布置要比上面各层布置的要密集些。为了使各竖向钢管的受力均衡,每层竖向钢管采取了均向布置,这样可避免相同规格的个别钢管由于受力太大而失稳。设相邻两根竖向钢管的水平距离为 L 。则自重和施工荷载产生的内力计算力学模型如图 8 所示。

其中: $F_0 = F_k = \frac{1}{2} qL_{\max}$, $M_0 = M_k = -\frac{1}{4} qL_{\max}^2$, $A_{i+1}^{\phi} = B_i^{\phi} = \frac{qL^3}{24}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$)

当 $k = 1$ 时,则图 8 可化为简支梁的力学模型来计算。

则
$$M_0 = M_1 = -\frac{1}{4} qL_{\max}^2 \quad (20)$$

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2} qL + \frac{1}{2} qL_{\max} \quad (21)$$

当 $k = 2$ 时,列连续梁的三弯矩方程得:

$$M_0 L + 2M_1(L + L) + M_2 L = -6B_1^{\phi} - 6A_2^{\phi} \quad (22)$$

解(22)得:

$$M_1 = \frac{q}{8} (L_{\max}^2 - L^2) \quad (23)$$

$$R_0 = R_2 = \frac{1}{2} qL_{\max} \left(\frac{3L_{\max}}{4L} + 1 \right) + \frac{3}{8} qL \quad (24)$$

$$R_1 = \frac{5}{4} qL - \frac{3}{4} q \frac{L_{\max}^2}{L} \quad (25)$$

当 $k = 3, 4, \dots$ 时,可列出以下矩阵求解弯矩。

$$L^{k-1} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \dots & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{k-2} \\ M_{k-1} \end{bmatrix} = -\frac{qL^3}{12} \begin{bmatrix} 1 + \frac{12M_0}{qL^3} \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 + \frac{12M_k}{qL^3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

解上述矩阵即可得到 $M_i (i = 1, 2, \dots, k-1)$, 支座反力为:

$$R_i = R_i^0 + \frac{M_{i+1} - M_i}{L} + \frac{M_{i-1} - M_i}{L} = r_i(q) \quad (27)$$

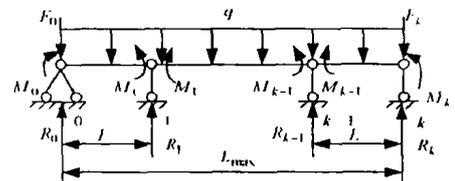


图 8 竖向支撑钢管内力的力学模型

其中: R_i 为第 i 个支座的反力; R_i^0 为由载荷引起的第 i 个支座的反力。 M_{i-1}, M_i, M_{i+1} 为第 $i-1, i, i+1$ 支座处的弯矩。

把每层的自重集度代入 M_i 及 R_i 便可求出每层竖向钢管支承处的弯矩和支反力。

2.4.2 上面各层的内力计算

上面各层内力计算的力学模型和下面 m 层的内力计算的力学模型类似,其竖向钢管支承处的支反力和弯矩的公式推导也一样。故推导过程从略。根据 2.4.1 推导出含 q 的弯矩计算式 $M'_i(q)$ 和支承反力 $R'_i(q)$ 。将各层的自重集度代入 $M'_i(q)$ 和 $R'_i(q)$ 便可求得竖向钢管支承处的弯矩和支反力。

按规定,施工载荷按三层作业计算。将施工载荷代入 $M'_i(q)$ 和 $R'_i(q)$ 便可求得由施工载荷在每层竖向钢管支承处的弯矩和支反力。

2.5 作用于主框架底部横梁上的集中载荷及其引起的内力

作用于主框架底部横梁上的集中载荷如图 9。 $P_i (i=0, 1, \dots, k)$ 是上面各层的自重及载荷在 i 支座处产生的载荷的叠加。根据 2.4 中计算的竖向钢管的支反力进行叠加便可得到集中载荷 P_i 。由求出的 P_i 便可作出弯矩图和剪力图,同时也就求出了各处的内力。

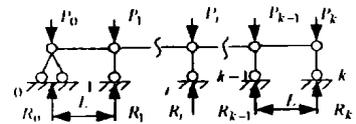


图 9 底部横梁上的集中载荷的力学模型

2.6 主框架底部横梁自重引起的内力计算

求解底部横梁自重引起的内力的力学模型如图 10, 根据此图便可作出弯矩图和剪力图。

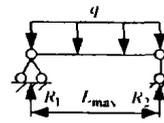


图 10 底部横梁自重的力学模型

2.7 风载荷在工作层及主框架底部横梁上产生的内力

根据规定应在工作层及主框架底部横梁上施加风载荷 P_w , 则风载荷的分布载荷集度为: $q_w = \frac{P_w}{L_{max}}$ 。力学模型的建立如图 10, 据此便可作出弯矩图和剪力图。

2.8 最不利内力的组合方式

根据上述脚手架在不利状态下计算出的各种载荷所产生的内力, 将它们按结构最不利状态进行组合如表 1 所示:

表 1 内力组合表

	主框架立柱	工作层横梁	底部横梁
轴向内力	2.2.1+2.2.2+2.2.3+2.2.4	\	\
剪力	x 2.3.1+2.3.2	\	2.4.1+2.4.2+2.5
	y 2.3.1	\	2.7
弯矩	x 2.3.1+2.3.2	2.4.2	2.5+2.6
	y 2.3.1	2.4.2	2.7

表中“2.2.1、2.2.2、……”等数字表示在相应章节中计算的内力,“\”表示此处的内力可以忽略不计。

3 结束语

本文对整体提升脚手架内力计算的力学模型及计算方法作了一定程度上的归纳,为其内力计算提供了较实用的方法。

参考文献:

[1] 建监安便字[1996]20号.关于征求对《附着升降脚手架(整体提升脚手架、爬架)设计和使用管理暂行规定》意见的函[S].
 [2] 史述昭,等.结构力学[M].北京:水利电力出版社,1987.

[3] GB/T1375-92,塔式起重机设计规范[S].

The Internal Force Calculation of the Whole - Raising - Scaffold

CHEN Shi - jiao, ZHANG Hong - wei, LI Zhi - qiang

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Because of the different configurations of buildings to be constructed, the arrangement of the whole - raising - scaffold used for practical construction is not always the same, which results in difference of the internal force of the whole - raising - scaffold in application. Based on the abovementioned, in this paper, the design method of the whole - raising - scaffold is investigated, a mechanical model based on the three - span continuous beam is set up, the mechanical characteristics due to the action of various load of the whole - raising - scaffold under the worst working condition is analyzed. Then the calculating method for the internal force of its main structure can be found. Combining the internal force calculated by this method, the security of the scaffold can be verified. The method introduced by this paper can be used as a general method for the scaffold design.

Keywords: the whole - raising - scaffold; mechanical model; internal force calculation

(上接第 95 页)

Kinematic Analysis for the Piston of the Constant - Power - Control Axial Variable Displacement Hydraulic Pump

ZHANG Hong - wei, CHEN Shi - jiao

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: In this paper, based on analysis for the typical work conditions of the constant - power - control variable displacement hydraulic pump when it works with diesel engine, two types of kinematic analysis work conditions are obtained. Based on the work conditions, the corresponding suppositions of movement of the oblique disk and cylinder are made with, and all the kinematic formula for the piston in the axial - piston hydraulic pump is deduced. Subsequently, the author analyzed the kinetics and finite element of the piston and found that the effect of the relation of the piston pump movement caused by the change of the outer load couldn't be neglected, when its strain is analyzed. So the kinematic formula given in this paper can serve as the basis for design and kinematic analysis of axial piston pump. The formula given in this paper can be used as general formula.

Keywords: axial piston pump; kinematic analysis; kinematic formula