

# 改进塑性铰法在钢框架高级分析中的应用\*

李文岭, 郝际平, 王连坤, 陈红英, 石晶, 张俊峰

(西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西西安 710055)

**摘要:**改进塑性铰法是一种简化的高级分析方法。该方法能够考虑结构及构件的二阶效应、几何缺陷和残余应力等多种非线性因素的影响,还可以考虑连接的半刚性性能。改进塑性铰法已可用于平面钢框架的高级分析和设计,对空间钢框架的高级分析尚有待发展。详细介绍了实用的改进塑性铰法对各种非线性因素的处理办法,及平面框架分析向空间框架分析扩展的实用方法,并讨论了当前改进塑性铰法高级分析亟待解决的问题。

**关键词:**改进塑性铰法;非线性分析;高级分析;钢框架

**中图分类号:**TU391 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-7329(2005)02-0128-06

## Nonlinear Analysis Technique of Refined Plastic - hinge Method for Steel Frame Structures

LI Wen - ling, HAO Ji - ping, WANG Lian - kun,  
CHEN Hong - ying, SHI Jing, ZHANG Jun - feng

(College of Civil Engineering, Xi'an University of Architectural Science and Technology, Xi'an 710000, P. R. China)

**Abstract:** The refined plastic - hinge method is one of the simplified advanced analysis methods. The second order effects of the whole structure and its members, geometric imperfections and residual stress as well as the feature of semi - rigid connections can be taken into account in this method. The refined plastic - hinge method can be used in advanced analysis and design of planar steel frames, while its use in the advanced analysis of space frames needs to be developed. The technique associated with the dealing of different inelastic factors in advanced analysis of both the planar and space steel frames with practical refined plastic - hinge method and the available way to extend planar frame analysis to space frame analysis are reviewed in detail. The problems of the refined plastic - hinge method for advanced analysis are discussed in this paper.

**Keywords:** refined plastic - hinge method; nonlinear analysis; advanced analysis; steel frame

当前钢框架的设计普遍采用的是使用放大系数的一阶弹性分析方法,或是使用相关公式的二阶弹性分析方法。该方法要求计算单个结构构件的有效长度系数,验算每个构件的承载能力,不仅精度低、计算繁琐,而且构件的截面尺寸比较保守。随着分析方法和计算手段的不断提高,已经可以对结构作为一个整体进行精确的非线性分析,完善地考虑结构的二阶效应及其它非线性因素的影响,这种方法称为高级分析方法<sup>[1,2]</sup>。澳大利亚首先在其1990年版本钢结构规范AS4100中允许将高级分析方法作为一种可选方法,以简化不发生局部屈曲和侧向屈曲的钢框架的设计。欧洲标准EC3-1991也做了相应的规定。工程师用个人计算机对结构进行整体分析和设计已成为可能,这一趋势必会在设计规范的不断修改过程中逐步体现出来。

\* 收稿日期:2004-12-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50378078)

作者简介:李文岭(1973-),男,山东成武人,博士生,主要从事钢结构的稳定和设计研究。

改进塑性铰法是一种简化的高级分析方法。它是基于塑性铰概念发展起来的。塑性铰法最初发展起来的是弹塑性铰分析法<sup>[3,4]</sup>。该方法一般假定构件不发生局部屈曲,即限定构件采用紧凑型截面。允许单元端部形成零长度的塑性铰,单元的其他部分则保持完全弹性。该方法不考虑屈服在塑性铰形成截面上以及在两铰之间的扩展,不考虑两铰之间残余应力的影响。对于发生较大屈服并伴随塑性扩展的粗短构件,该方法预测承载能力误差较大。文献[5]指出,弹塑性铰法得到的计算结果对于细长柱内力较小的刚架与塑性区法较接近,但是对于一般多层多跨刚架,所得承载力均偏高,有的刚架偏高的幅度很大。实用的改进塑性铰法进一步考虑了塑性的不断扩展和残余应力、几何缺陷的效应,使该方法的适用性和精确性得以提高。

### 1 非线性因素的处理方法

实用的改进塑性铰法对多种非线性影响因素采用了近似处理方法。本文详细介绍改进塑性铰法的基本概念和技术。

#### 1.1 改进塑性铰法二维框架平面内分析

对二维框架的平面内分析,改进塑性铰法考虑了二阶几何效应、与残余应力和弯曲相关的渐进屈服以及几何缺陷等非线性因素。

1.1.1 通过稳定函数考虑几何二阶效应 Chen 和 Lui 提出了简化的稳定函数,用以体现大位移情况下的二阶几何效应。通常一个构件只需分成一个或两个单元。单元增量形式的力 - 位移关系可以表示为:

$$\begin{bmatrix} M_A \\ M_B \\ P \end{bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ e \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $S_1, S_2$  = 稳定函数; $M_A, M_B$  = 增量形式端弯矩; $P$  = 增量形式轴向力; $\theta_A, \theta_B$  = 增量形式连接转角; $e$  = 增量形式轴向位移; $A, I, L$  = 面积、初始惯性矩、梁柱单元长度; $E$  = 弹性模量。

稳定函数法对每个构件只用一个单元,即可保证任意轴向力作用下单元刚度各项和求解的轴向力的精度。该公式应用的前提是所有构件都有足够的平面外支撑,以保证不发生平面外屈曲;构件截面均为紧凑型截面。

1.1.2 截面的塑性强度 根据 AISI - LRFD 双线性相关公式,截面的塑性强度可以用下式表达:

$$\alpha = \frac{P}{P_y} + \frac{8M_y}{9M_{yp}} + \frac{8M_z}{9M_{zp}} \quad \text{对 } \frac{P}{P_y} \geq \frac{2M_y}{9M_{yp}} + \frac{2M_z}{9M_{zp}} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{P}{2P_y} + \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{M_z}{M_{zp}} \quad \text{对 } \frac{P}{P_y} < \frac{2M_y}{9M_{yp}} + \frac{2M_z}{9M_{zp}} \quad (3)$$

式中: $P, M$  为二阶轴向力和弯矩; $P_y$  为屈服强度; $M_p$  为全截面塑性弯矩。

Orbison 提出截面塑性强度用下式表达:

$$\alpha = 1.15p^2 + m_z^2 + 3.67p^2 m_z^2 + 3.0p^6 m_z^2 + 4.65M_y^4 m_z^2 \quad (4)$$

式中: $p$  为  $P/P_y$ ,  $m_z$  为  $M_z/M_{zp}$  (强轴),  $M_y$  为  $M_y/M_{yp}$  (弱轴),  $P_y$  为屈服荷载,  $M_{yp}, M_{zp}$  分别是绕  $y$  轴和  $z$  轴的塑性弯矩。 $\alpha$  是力状态参数,  $\alpha = 0.5$  时开始屈服,  $\alpha = 1.0$  达到全截面屈服。这两种截面的塑性公式见图 1、图 2 所示。这两种塑性强度公式可以用于空间框架结构。

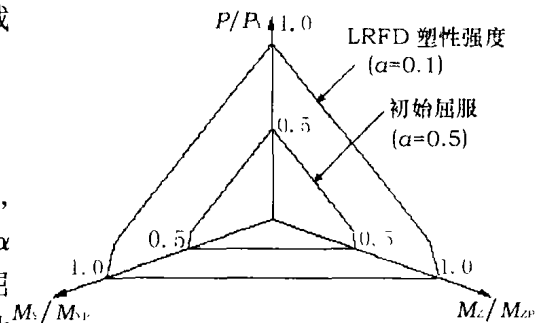


图 1 AISI 全截面塑性强度

1.1.3 通过 CRC 切线模量考虑残余应力 对塑性铰间承

受轴向力的构件,用 CRC 切线模量考虑由于残余应力导致的沿构件长度的渐进屈服。可以通过减小弹性模量来代替减小初始惯性矩  $I$ ,以便体现截面弹性核减小所造成的刚度降低。Chen 和 Lui 建议的  $E,$

表达式为:

$$E_t = 1.0E \quad \text{对 } P \leq 0.5P_y \quad (5)$$

$$E_t = 4 \frac{P}{P_y} E \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) \quad \text{对 } P > 0.5P_y \quad (6)$$

1.1.4 通过抛物线函数考虑弯曲影响 切线模量模型适于受轴向力的构件,但对既承受轴向力又承受弯矩的情况,需要引入考虑弯曲塑性效应的塑性铰逐渐软化模型,用以体现塑性铰由弹性到刚度为零的过程。如果单元两端都在发展塑性铰,增量形式的力-位移关系可以表达为:

$$\begin{bmatrix} M_A \\ M_B \\ P \end{bmatrix} = \frac{E_t I}{L} \begin{bmatrix} \eta_A \left[ S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - \eta_B) \right] & \eta_A \eta_B S_2 & 0 \\ \eta_A \eta_B S_2 & \eta_B \left[ S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - \eta_A) \right] & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ e \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $\eta_A, \eta_B$  = 单元刚度参数,用以体现由弯曲引起的刚度逐步降低。单元端部的截面塑性状态由  $\eta$  在 1 和 0 之间变化来体现。 $\eta$  假定按照抛物线表达式变化:

$$\eta = 1 \quad \text{对 } \alpha \leq 0.5 \quad (8)$$

$$\eta = 4\alpha(1 - \alpha) \quad \text{对 } \alpha > 0.5 \quad (9)$$

式中: $\alpha$  是力状态参数,由单元端部极限状态面得出。

1.1.5 几何缺陷 通常有三种处理方法考虑制造或安装误差:明确缺陷模型法、等效节点荷载法、进一步减小切线模量法。在明确切线模型法中,可以取规范规定的最大构件误差作为几何缺陷。比如, AISI 建议对构件取其最大制造误差为  $L_c/1000$ 。直线误差可以认为沿构件呈正弦波变化,然而研究发现每个构件只用两个单元而构件中央有最大位移(缺陷)的模型已足以反映缺陷效应。框架的几何缺陷也可以用等效的侧向节点荷载代替,用作用在框架一层上的重力荷载表达。建议用  $0.002 \sum P_u$  作为等效节点荷载,  $P_u$  是一层上的全部重力荷载。等效的侧向节点荷载作用在每一层的顶部。对有支撑框架,等效节点荷载应作用在柱的中间位置,大小取  $0.004 \sum P_u$ ,这和几何缺陷  $L_c/1000$  相当。为考虑几何缺陷的影响,还可以进一步减小切线刚度  $E_t$ ,也就是用减小切线刚度  $E_t$  的办法体现由于几何缺陷造成的构件刚度逐渐退化。可以进一步减小 CRC 切线模量为:

$$E'_t = 4 \frac{P}{P_y} \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) E \xi_1 \quad \text{对 } P > 0.5P_y \quad (10)$$

$$E'_t = E \xi_1 \quad \text{对 } P \leq 0.5P_y \quad (11)$$

式中: $E'_t$  = 减小的  $E_t$ ;  $\xi_1$  = 几何缺陷减小系数。经大范围框架和柱子计算验证,减小系数可取 0.85。这种方法比另外两种方法在设计中更为简便,不必考虑几何缺陷的方向,而在分析大型的有侧向支撑框架时确定最不利几何缺陷方向往往很困难。根据文献[5]的分析,等效节点荷载法和进一步减小切线刚度法的精度是令人满意的。

### 1.2 考虑平面外屈曲的方法

钢框架建筑中,梁构件一般由楼板提供了足够的面外约束,能充分发展面内强度,而梁-柱(压弯)构件只在其端部有面外方向的约束,可能发生平面外弯曲或扭曲。

严格来讲,二维框架由于其两个主平面的初始弯曲和初始扭转,实际上受双轴弯曲和扭转作用。但目前研究实用的双轴弯扭屈曲高级分析方法还很困难,充分考虑平面外弯扭屈曲失效模式的实用高级分析技术还不存在。先利用现有塑性铰法进行平面内分析,再考虑侧向屈曲分析的方法比较易于实现,这种分析的例子见文献[9,10]。文献[6,11,12]也做了空间框架的分析,其使用的分析单元共有 12 个自由度(每个端部 6 个),忽略了翘曲约束的影响。

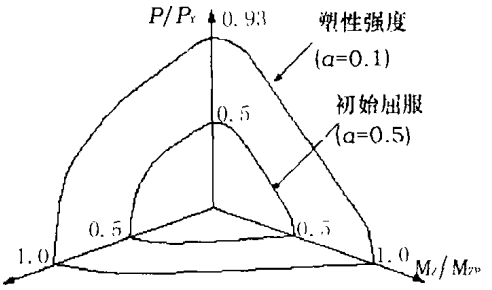


图 2 Orbison 全截面塑性强度

对于面内荷载作用下框架结构的平面外分析来说,最主要的平面外行为是构件出框架平面外的侧向屈曲,相应的出平面分析应当是一种屈曲分析而不是弯曲分析。如此,则所有的初弯曲和初扭转缺陷应被去除,但其影响可以某种形式考虑。

1.2.1 对二阶效应的考虑 要考虑钢框架的平面外位移,一个分析单元需要14个整体自由度才能反映所有可能的位移,每个节点包括三个横向自由度、三个扭转自由度和一个翘曲自由度。基于线性稳定假定,Chen、Atsuta和Trahair<sup>[13,14]</sup>等证明,对于承受平面内荷载的平面框架,在线性状态下其平面内的荷载-位移关系与平面外的分叉屈曲是不耦合的。分析单元的刚度矩阵可以用四个独立的矩阵组成,一个与平面内行为相关,一个与平面外行为相关,另外两个是零矩阵。平衡方程可以用符号表示如下:

$$\begin{bmatrix} f_i^{6 \times 1} \\ f_o^{8 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_i^{6 \times 6} & 0^{8 \times 8} \\ 0^{6 \times 6} & k_o^{8 \times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_i^{6 \times 1} \\ d_o^{8 \times 1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:平面内项为 $f_i$ 和 $d_i$ ,平面外项为 $f_o$ 和 $d_o$ 。 $k_o^{6 \times 6}$ 是平面外刚度矩阵。计入平面外荷载效应,用0值替代相应项,平面外二阶刚度矩阵可以表示为:

$$k_o = k_{o,e} + k_{o,g} \quad (13)$$

1.2.2 对材料非线性和几何缺陷的考虑 文献[10]用“有效刚度法”考虑所有材料非线性、残余应力和几何缺陷对平面外屈曲的影响,具体做法是将平面外弹性刚度 $EI$ 、 $EI_w$ 和 $GJ$ 用体现剩余弹性核特性的值 $(EI)_r$ 、 $(EI_w)_r$ 、 $(GJ)_r$ 代替。对于几何缺陷造成的额外荷载效应对截面能力的削弱,用进一步减小刚度的方法近似。为了与规范中设计公式一致,用规范中的构件强度公式标定有效刚度的大小,并使有效刚度同时包括几何缺陷和材料非线性两种影响因素的效应。文献[10]给出了具体的梁、柱及压弯构件的等效刚度。

1.2.3 对翘曲自由度的处理 仅在构件的水平上考虑翘曲,假定单元端部连接处翘曲自由度间要么完全相互制约:在同一连接上的所有单元端部共用一个整体翘曲自由度;要么没有相关作用:每个单元有自己的翘曲自由度,这使每个翘曲自由度产生了一个附加的独立自由度,并允许各单元在连接处有不同的翘曲约束。对于前者可以把每个连接单元与翘曲相关的项直接加入框架刚度矩阵,对后者翘曲约束可以作为边界条件处理。

### 1.3 关于半刚性连接

除了几个特例外,钢框架的连接通常是半刚性的。Chen、Liew、Kim、Yoshiaki Goto、N. Kishi等对半刚性连接做了研究[16-21],使得结构整体分析可以考虑连接的半刚性及其剪切变形影响。文献[16,22]讨论了常用连接的特性,文献[16]还总结了几种模拟半刚性连接的弯矩-转角特性的计算公式,详细讨论了半刚性框架的分析。Liew、Kim等把梁柱半刚性连接模拟为零长度转动弹簧,所用的方程允许构件与连接之间产生相对扭转和弯扭。

Liew<sup>[23]</sup>对薄壁管构件钢框架采用了Heish推荐的四参数幂函数模型体现典型连接的弯矩转角关系。其表达式为:

$$M = \frac{(K_e - K_p)\theta}{[1 + |(K_e - K_p)\theta/M_0|^n]^{1/n}} \quad (14)$$

$K_e$ 是连接的初始刚度矩阵, $K_p$ 是应变强化刚度矩阵, $M_0$ 是参考弯矩, $n$ 是形状参数。如果有试验数据,公式中的四个参数可以通过曲线拟合得到;如果知道连接的细部情况,也可用分析方程得出。但是一般设计时并不确定连接的具体方式,需要一个基于一般连接试验数据库的标准曲线作为参照,或者使用根据数据库得到的有关参数。

Kim等采用了用三个参数的Kishi-Chen幂函数模型<sup>[24]</sup>:

$$m = \frac{\theta_r}{(1 + \theta_r^n)^{1/n}}, (\theta > 0, m > 0) \quad (15)$$

式中: $m = M/M_u$ ,  $\theta_r = \theta/\theta_0$ ,  $\theta_0 = M_u/R_{ki}$ ,  $M_u$ 是连接的最大弯矩承载力, $R_{ki}$ 是初始连接刚度, $n$ 是形状参

数。对于公式中的参数,文献给出了四种常见连接的解决方法。以上两种方法都可以考虑卸载导致的应力重分配对连接的影响。

## 2 尚待解决的问题及进一步研究方向

改进塑性铰法简化了计算和分析,但难以考虑局部屈曲和截面翘曲这种需要详细分析截面各纤维受力状态的问题。要考虑非弹性侧向屈曲,包括局部屈曲和翘曲的塑性效应,必须改变现在使用的三参数塑性强度公式。高级分析中对柱弱轴弯曲的问题和连接的抗扭性能研究还不够。Kim等研究了考虑局部屈曲效应、应变反转的方法以及有关弱轴弯曲的处理办法<sup>[25-27]</sup>。文献[28,29]还对采用先进分析法设计钢框架的可靠度进行了研究,但并不具普遍性。针对三维框架的非弹性研究还较少,严格意义上的空间钢框框架二阶弹塑性分析似乎还未出现。改进塑性铰法用于高级分析仍需对实际结构的更多因素进行研究,比如梁上荷载施加高度的影响,楼板对梁构件刚度及连接破坏模式的影响,屈曲后效应,结构的整体扭曲,等等。

## 3 结论

首先介绍了有关改进塑性铰法高级分析的基本情况,然后分别针对平面框架的平面内分析和平面外分析,详细介绍了改进塑性铰法对各种非线性问题的处理方法。

实用的改进塑性铰法利用稳定函数或有限元分析方程推导出单元刚度矩阵,考虑二阶效应的影响。对残余应力、几何缺陷和弯矩的影响等因素也采用近似的解决方法。用减小切线模量代替减小截面惯性矩近似考虑残余应力造成的截面平面内承载能力削弱,用体现剩余弹性核特性的值 $(EI_y)_r$ 、 $(EI_x)_r$ 、 $(GJ)_r$ 代替平面外弹性刚度 $EI_y$ 、 $EI_x$ 和 $GJ$ ,以有效刚度法体现所有材料非线性、残余应力和几何缺陷造成的平面外能力的削弱等等。这些近似措施简化了分析而且保证了较高的精度,用于工程分析和设计是可行的。

## 参考文献:

- [1] W. F. Chen, S. Toma, Advanced Analysis of Steel Frames-Theory[M]. Software, and Application. CRC Press INC, 1996.
- [2] Chen W. F., Kim S. E.. LFRD Steel Design Using Advanced Analysis[M]. CRC Press INC, 1997.
- [3] White D W. Plastic - Hinge Methods for Advanced Analysis of Steel Frames[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1993, 24(2): 121 - 152.
- [4] White DW, Chen WF. Plastic - hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames[M]. Bethlehem, PA: Structural Stability Research Council, Lehigh University, 1993.
- [5] 陈骥. 刚架平面稳定的整体设计法[J]. 钢结构, 2003, 18(4): 46 - 50.
- [6] W. F. Chen, Seung - Eock Kim, Se - Hyu Choi. Practical Second Order Inelastic Analysis for Three - Dimensional Steel Frames[J]. Steel Structures, 2001, (1): 213 - 223.
- [7] N. S. Trahair, S. - L. Chan. Out - of - plane advanced analysis of steel structures[J]. Engineering Structures, 2003, (25): 1 627 - 1 637.
- [8] Deierlein G G. Steel - framed structures[M]. Progress in structural engineering and materials, London: CRC Ltd., 1997.
- [9] Seung - Eock Kim, Jaehong Lee. Improved refined plastic - hinge analysis accounting for lateral torsional buckling[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2002, (58): 1 431 - 1 453.
- [10] K. Wongkaew, W. - F. Chen. Consideration of out - of - plane buckling in advanced analysis for planar steel frame design [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2002, 58: 943 - 965.
- [11] J. Y. Richard Liew, L. K. Tang. Advanced plastic hinge analysis for the design of tubular space frames[J]. Engineering Structures, (2000, 22: 769 - 783.
- [12] Seung - Eock Kim, Moon - Ho Park, Se - Hyu Choi. Direct design of three - dimensional frames using practical advanced analysis[J]. Engineering Structures, 2001, 23: 1 491 - 1 502.
- [13] Chen W - F, Atsuta T. Theory of beam - columns[M]. Vol. 2. New York (NY), McGraw - Hill, 1997.

- [14] Trahair NS. Flexural – torsional buckling of structures[M]. Boca Raton (FL), CRC Press, 1993.
- [15] Barsoum RS, Gallagher RH. Finite element analysis of torsional and lateral stability problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1970, 2: 335 – 52.
- [16] 陈惠发, 周绥平. 钢框架稳定设计[M]. 上海: 世界图书出版社, 1999.
- [17] J. Y. Richard Liew, D. W. White, W. F. Chen. Limit states design of semi – rigid frames using advanced analysis: Part 1: Connection modeling and classification[J]. Journal of Constructional Steel Research. 1993, 26(1): 1 – 27.
- [18] Seung – Eock Kim and Wai – Fah Chen. Practical advanced analysis for semi – rigid frame design[J]. Engineering Journal, Fourth Quarter, 1996: 129 – 141.
- [19] W. F. Chen and Yoshiaki Goto and J. Y. Richard Liew[M]. Stability Design of Semi – Rigid Frame, John Wiley & Sons, Inc, 1996.
- [20] Seung – Eock Kim, Se – Hyu Choi. Practical advanced analysis for semi – rigid space frames[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38: 9 111 – 9 131.
- [21] N. Kishi, W. F. Chen, Y. Goto, Effective Length Factor of Columns in Semirigid and Unbraced Frame[J]. Journal of Structure Engineering, 1997, 123(3): 313 – 321.
- [22] 陈绍蕃. 钢结构设计原理[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [23] J. Y. Richard Liew, W. F. Chen, H. Chen. Advanced inelastic analysis of frame structures[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2000, 55: 245 – 265.
- [24] Seung – Eock Kim, Se – Hyu Choi. Practical advanced analysis for semi – rigid space frames[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38: 9 111 – 9 131.

.....

(上接第 127 页)

### 参考文献:

- [1] James C. Nicholas. Housing costs and prices under regional regulation[J]. Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association. 1981, 9: 384 – 396.
- [2] Jan K. Brueckner. Growth controls and land values in an open city[J]. Land Economics, 1990, 66(3): 237 – 248.
- [3] 查尔斯·H·温茨巴奇. 现代不动产[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2001.
- [4] Tae H. Park and Suk Heun Yoon. Urban land development and its prices: the effects of conversion costs with redevelopment[J]. Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association. 1994, 22(4): 603 – 629.
- [5] James A. Thorson. Zoning policy changes and the urban fringe land market[J]. Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association. 1994, 22(3): 527 – 538.
- [6] 丹尼斯·迪帕斯奎尔. 城市经济与房地产市场[M]. 北京: 经济科学出版社, 2003.
- [7] 崔健华. 房地产经济论[M]. 北京: 经济科学出版社, 2003.
- [8] 谢经荣. 房地产经济学[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2002.
- [9] 李德华. 城市规划原理(第三版)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
- [10] 赵民. 城市发展和城市规划的经济学原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.