

# 点支式玻璃建筑单层索网体系的动力特性分析\*

吴丽丽, 王元清, 石永久

(清华大学 建筑玻璃与金属结构研究所, 清华大学结构工程与振动教育部重点实验室, 北京 100084)

**摘要:**点支玻璃建筑单层索网体系是一种几何非线性较强的柔性张拉结构,其刚度受索中预应力影响较大。目前专门针对该结构动力特性方面的研究尚不多见。阐述了索网这种柔性预应力结构动力特性分析的特点,编写了相应的有限元程序,对索网自振特性的重要影响因素即几何非线性和预应力进行了研究,表明忽略几何非线性会使结构计算结果产生极大偏差。索网的自振频率与预应力呈非线性关系,几何非线性和预应力对索网的自振特性的影响具有协同性。

**关键词:**点支玻璃建筑; 单层索网; 动力特性; 几何非线性; 预应力

**中图分类号:**TU382 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-7329(2006)03-0039-04

## Analysis on Dynamic Properties of Monolayer Cable Net for Point - supported Glass Facade

WU Li - li, WANG Yuan - qing, SHI Yong - jiu

(Institute of Glass and Metal Structure for Architecture, Key Laboratory of Structural Engineering and Vibration of Ministry of Education, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China)

**Abstract:** Monolayer cable net system for point - supported glass facade is a kind of flexible tension structures with relatively strong nonlinearity. Its stiffness greatly depends on the pretension in cables. Yet there are few literatures at present reported on its dynamic properties. The characteristic of modal analysis for flexible pre - stressed structures such as cable structures is expatiated herein. Corresponding program was developed to analyze two important factors such as pretension and geometric nonlinearity for dynamic behaviors of cable net herein. It is demonstrated that large errors are brought about by omitting nonlinearity. There exists apparent nonlinear relationship between vibration frequency and pretension in cables. The influence of pretension and geometric nonlinearity on the dynamic properties of cable net is in coordination with each other.

**Keywords:** point - supported glass facade; monolayer cable net; dynamic property; geometric nonlinearity; pretension

作为一种新型的点支式玻璃建筑柔性支承结构体系,单层索网体系以其轻盈美观、通透性好等优点得到广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。目前国内外都在开发大尺度的单层索网支承结构体系,但理论和试验研究滞后于该结构的发展需要。单层索网体系属于柔性张拉结构,工程实践表明大尺度单层索网结构在风荷载作用下变形很大(1/50以上),具有较强的几何非线性。施加预应力前没有刚度,结构形状也不确定,必须施加预应力后才能承受荷载,因此其受力特性很大程度上依赖于所施加的预应力<sup>[1~3]</sup>。在单层索网体系的力学计算模型中必须考虑以下两个重要因素:非线性和初应力<sup>[4]</sup>。根

据索网结构动力特性分析的特点,编写了相应的 FORTRAN 程序,分析了预应力和几何非线性对结构自振特性的影响。

### 1 动力特性分析方法

结构动力特性分析常用方法即模态分析。单层索网是一种典型的预应力结构,其模态分析有其自身的重要特点,即求解通常分为两步进行:(1)几何非线性分析。寻找自振平衡位置,形成平衡状态下的刚度矩阵,作为后续分析的基础;(2)模态分析。求解振型和频率,该分析过程建立在基本假定即索网绕平衡位置

\* 收稿日期:2005-12-20

基金项目:高等学校博士学科点专项基金资助课题(20050003080);KGE研究基金(200303)

作者简介:吴丽丽(1977-),女,江西南昌人,助教,博士生,主要从事结构工程研究。

做微幅振动的基础之上<sup>[5]</sup>。编制 MLCN 有限元程序对索网动力特性进行分析。

### 1.1 几何非线性有限元分析理论

有限元理论通常将索网结构分成相互连接的索段,以索段端点(称为节点)位移为基本未知量,以节点间索段为单元,采用的基本假设为<sup>[6]</sup>:

1) 索是理想柔性的,只能受拉而不能受压,也不能抗弯;

2) 索的受拉工作符合虎克定律;

3) 荷载均作用在节点上,因此各索段均呈直线形,该假定也意味着忽略索自重的影响,当索内预应力远大于自重引起的张力时这一假定是符合实际的。

1.1.1 物理方程 不考虑温度影响时的物理方程为:

$$\begin{cases} \sigma = 0, E\varepsilon + \sigma_0 = 0 \text{ 或 } > f_u \\ \sigma = E\varepsilon + \sigma_0, 0 \leq E\varepsilon + \sigma_0 \leq f_u \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\sigma$  为单元应力; $E$  为弹性模量; $\varepsilon$  为总应变;这里以预拉力状态为零位移状态, $f_u$  为索的设计强度,当索单元中应力为零或大于设计强度时,它即退出工作,在自编的 FORTRAN 程序<sup>[7]</sup>中采用判断语句,当满足这个条件时,将其单元刚度置零。

1.1.2 几何方程 索单元的几何非线性主要体现在单元的几何方程上,对单元变形方程的不同处理可以得到不同形式的几何方程<sup>[8-9]</sup>,采用级数展开的近似模式即,

$$\begin{aligned} \varepsilon = a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}a^3 + \\ \frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{8}b^2 - \frac{5}{8}a^4 + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$a = \frac{1}{l_0^2}[(x_j - x_i)(u_j - u_i) + (y_j - y_i)(v_j - v_i) + (z_j - z_i)(w_j - w_i)] = \frac{1}{l_0}D_1^T \delta^e \quad (3)$$

$$b = \frac{1}{l_0^2}[(u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2 + (w_j - w_i)^2] \quad (4)$$

$$D_1 = [-l \quad -m \quad -n \quad l \quad m \quad n]^T \quad (5)$$

$$U^e = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad u_j \quad v_j \quad w_j]^T \quad (6)$$

方向余弦为:

$$l = \frac{x_j - x_i}{l_0}, \quad m = \frac{y_j - y_i}{l_0}, \quad n = \frac{z_j - z_i}{l_0} \quad (7)$$

1.1.3 平衡方程 根据弹性体的虚位移原理及假设,正常工作索单元的平衡方程为:

$$\int_{V^e} \delta \varepsilon^T \sigma dV - \delta U^e P^e = 0 \quad (8)$$

其中: $P^e$  为整体坐标系下单元节点荷载向量。将上述

物理方程和几何方程代入(8)中,略去四阶以上高阶微量,整理得到:

$$(K_E^e + K_G^e)U_e + R^e(U^e) - P_{eq}^e = 0 \quad (9)$$

其中: $K_E^e$  为弹性刚度矩阵; $K_G^e$  为几何刚度矩阵; $P_{eq}^e$  为等效节点荷载向量; $R^e(U^e)$  为非线性残余向量。

1.1.4 非线性方程的求解 单元的刚度矩阵及不平衡向量建立后,即可组集整体刚度矩阵和方程右端项,得到整体平衡方程迭代式:

$$K_T(U = U_n)\Delta u_{n+1} = \Delta P - G(U) = \Delta \psi \quad (10)$$

$$U_{n+1} = U_n + \Delta U_{n+1} \quad (11)$$

以上几何非线性方程适合采用荷载增量法和 Newton-Raphson 法相结合方法求解,即将作用于结构的荷载向量分成若干个荷载等级,同时在每个增量步内采用 Newton-Raphson 法进行迭代求解。求解中在每个荷载步内迭代时要更新非线性刚度矩阵,而每个荷载步迭代结束时索网到达了满足平衡的新几何位置,则需更新线性刚度矩阵部分( $K_E + K_G$ , 包括其中的方向余弦和索长度及初始预应力)。

## 1.2 模态分析

通常在研究索网结构的动力特性时将其视为集中质量体系,如不计阻尼的作用,对结构空间作离散化处理,可得到其运动方程如下:

$$[M]\{U\} + [K]\{U\} = \{P\} + \{G(U)\} \quad (12)$$

其中: $K$  即为对应任何平衡位置的刚度矩阵( $K_E + K_G$ ),对结构做模态分析是基于小振幅振动的假定,实际上将问题线性化处理,由此 $\{G(U)\}$ 可略去,得到自由振动方程:

$$[M]\{U\} + [K]\{U\} = \{0\} \quad (13)$$

假设结构作简谐振动,则有:

$$\{U\} = \{\varphi\} \sin \omega t \quad (14)$$

式中: $\omega$  为圆频率,可以得到,

$$([K] - \omega^2[M])\{\varphi\} = \{0\} \quad (15)$$

令  $\lambda = \omega^2$ ,则上式变为

$$[K]\{\varphi\} = \lambda[M]\{\varphi\} \quad (16)$$

结构自振特性分析归到底就是要求解式(16)所示的特征方程,主要有两种方法:广义雅克比法和子空间迭代法。广义雅克比方法适用于求解结构全部自振频率的问题,而子空间迭代法则适用于求解大型结构低阶频率和振型的情况。采用广义雅克比方法求解特征值。

## 2 几何非线性对动力特性的影响

表1给出了几何线性(即忽略非线性刚度矩阵)及考虑非线性对如图1所示索网变形和自振频率(仅给出前三阶)的影响。索网结构的基本参数:尺寸15

$m \times 15\text{ m}$ , 网格大小  $1.5\text{ m} \times 1.5\text{ m}$ , 横、竖索均采用  $\varnothing 24$  钢绞线 ( $A = 260\text{ mm}^2$ , 破断强度  $f_u = 1\ 570\text{ N/mm}^2$ , 弹性模量  $E = 150\text{ kN/mm}^2$ )。自重: 墙面玻璃 ( $12 + 12$  钢化安全夹胶玻璃)  $0.614\text{ kN/m}^2$ , 连接件  $0.2\text{ kN/m}^2$  和索网  $0.013\text{ kN/m}^2$ , (以下分析中均将这些质量全部集中到索节点上)。索内初始预拉力取  $T_0 = 39\text{ kN}$ ,  $u_{oz}$  表示索网中心  $o$  点的  $z$  向位移。

从表 1 可以看出, 随着荷载的增大, 仅考虑线性的位移计算结果增长速度远大于考虑非线性的位移值。与此同时, 几何线性计算得到的自振频率随着荷载值的增大反而减小, 而事实正好相反, 结构刚度增大时势必导致频率增大。由此可见柔性索网体系的几何非线性不可忽略。

表 1 几何线性和非线性的比较

$P_2/\text{N}$	类别	$u_{oz}/\text{mm}$	自振频率/Hz		
			1	2	3
1 000	线性	0.281 2	1.48	1.773	1.775
	非线性	0.198 2	1.188	1.543	1.544
1 500	线性	0.421 7	1.105	1.165	1.882
	非线性	0.251 2	1.372	1.695	1.697
2 000	线性	0.562 3	0.901	1.124	1.156
	非线性	0.292 3	1.524	1.826	1.829
2 500	线性	0.702 9	0.636	1.05	1.442
	非线性	0.326 1	1.653	1.941	1.946
3 000	线性	0.843 4	0.136	0.137	1.289
	非线性	0.355 2	1.768	2.044	2.05
3 500	线性	0.984 0	0.004	0.063	0.063
	非线性	0.380 9	1.869	2.137	2.144

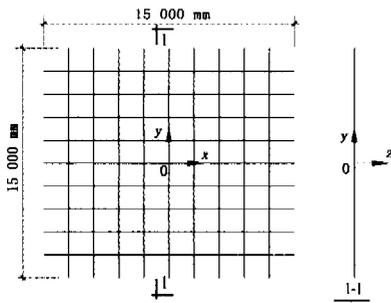


图 1 索网平面尺寸

### 3 预应力对结构动力特性的影响

#### 3.1 仅在自重作用下的自振频率

对图 1 所示单层索网结构仅在自重作用下的平衡位置附近做微幅振动的频率随预应力变化的情况, 提取其前十阶频率如图 2 所示 (横坐标  $P$  为量纲一化的初始预应力, 纵坐标  $f$  为自振频率, 以下同)。从图中可以看出, 索网的自振频率与初始预应力呈非线性关系, 高阶频率分布比较密集。低阶频率受预应力影响相对较小, 随着阶数的增大, 频率增长速度加快, 两者的非线性关系越来越明显, 这表明高阶频率对预应力变化更敏感。

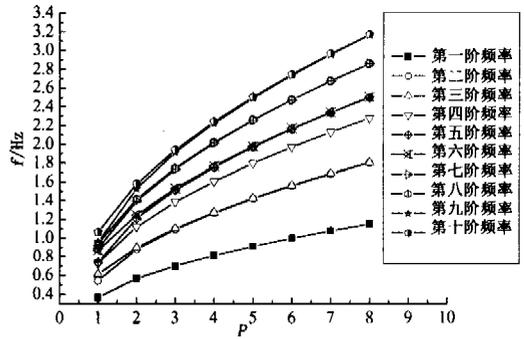


图 2 预应力对自振频率影响

#### 3.2 受面外荷载作用下的自振频率

图 3、4 分别为索网各节点平均承受  $z$  向荷载  $P_z = 1\ 000\text{ N}$  和  $4\ 000\text{ N}$  时的前十阶自振频率随预应力变化的情况。当荷载较小时, 索网第一阶自振频率随预应力的增大先减小后增大, 而当荷载较大时第一阶频率则一直呈递减趋势。但不论荷载大小, 高阶频率均与预应力关系趋向线性化, 且频率密集程度更大。

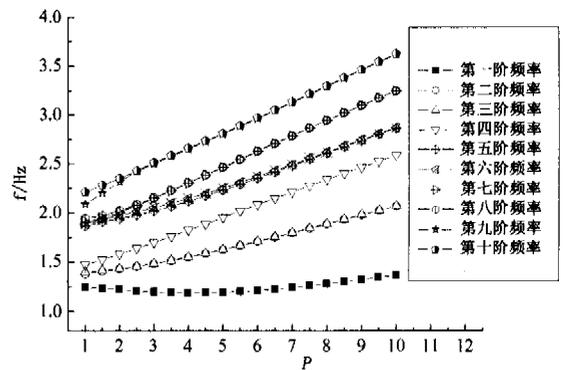


图 3  $P_z = 1\ 000\text{ N}$  作用下预应力对自振频率影响

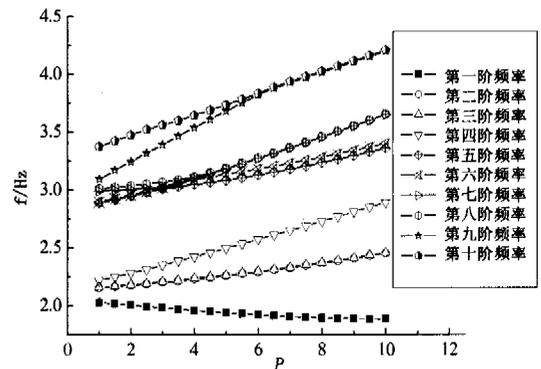


图 4  $P_z = 4\ 000\text{ N}$  作用下预应力对自振频率影响

从图 3、4 还可以看出:

- 1) 预应力越大, 索网在荷载作用下的  $u_{oz}$  越小, 几何位形变化的影响越小, 预应力增加导致的刚度增加更显著。
- 2) 荷载越大,  $u_{oz}$  越大, 索中预应力增长越多, 结构刚度则更大, 频率越高。

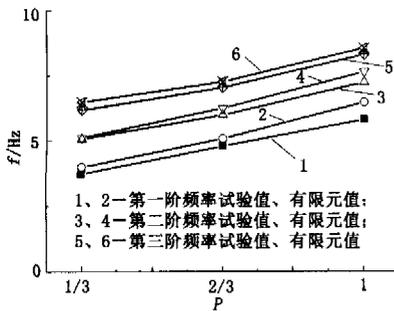
#### 3.3 试验值与有限元计算结果的比较

结合前述北京新保利大厦二期工程的 1: 10 单层

索网试验模型(如图5所示)完成了动力特性试验。主要测定了索网在三级预应力下的自振频率。该单层索网轮廓尺寸为 $8.6\text{ m} \times 5.5\text{ m}$ ,是一个由两根斜主索和通过不锈钢拉杆与其相连的索网共同支承而形成的三折面复杂体系。图6为该各级预应力下索网频率的试验和有限元计算结果的对比,其中横坐标 $P$ 表示量



图5 索网结构试验模型



1、2为第一阶频率试验值、有限元值;3、4为第二阶频率试验值、有限元值;5、6为第三阶频率试验值、有限元值

图6 索网各阶频率与预应力关系曲线

纲归一化的预应力,纵坐标 $f$ 为自振频率。从图6中可以看出,理论与试验值的变化趋势很相似,有限元计算中将索的支承视为固定未考虑支承钢架的影响,这是两者存在差异的原因之一。索网的频率基本随索内预应力的增加而呈弱非线性增长,并且随着频率阶次的增加,曲线形状逐渐由下向上弯的趋势增加,这表明,该索网体系的频率随预应力的变化并未表现出明显的非线性性质;低阶频率随预应力的增长速度小于高阶频率的相应增长速度,即高阶频率与预应力之间的非线性性质更明显。

#### 4 几何非线性及预应力对索网动力特性的协同作用

在外荷载作用下,结构产生非线性位移,节点坐标及索长发生变化,这导致索中预应力变化,而预应力改变反过来又影响着结构的位移。当到达新平衡位置时,几何参数(包括节点坐标、方向余弦、索长度)和预应力经更新后组成的刚度矩阵是求解自振频率采用的

切线刚度,可见预应力和几何非线性实际是相互耦联的,并共同影响着索网的自振特性。

表2中给出了索网在外荷载作用下到达新平衡位置时,索中预应力更新与否对自振频率的影响情况,结构参数同第2节。

表2 几何非线性和预应力对自振频率影响

$u_{oz}/\text{m}$	$f_p/\text{Hz}$	$f_{prv}$	$f_g/\text{Hz}$	$f_{grv}$	$f_{grv} - f_{prv}$	$\frac{T_G - T_0}{T_0}$
0.054 5	0.828	0.76%	0.837	4.01%	1.14%	23.50%
0.079 2	0.853	2.87%	0.875	8.71%	2.76%	26.33%
0.101 5	0.882	5.95%	0.919	14.20%	4.61%	30.56%
0.121 6	0.914	9.59%	0.966	20.01%	6.51%	35.73%
0.139 8	0.946	13.50%	1.013	25.87%	8.39%	41.49%
0.156 3	0.977	17.48%	1.060	31.63%	10.20%	47.57%
0.171 4	1.008	21.42%	1.104	37.20%	11.94%	53.84%
0.185 3	1.038	25.26%	1.148	42.57%	13.61%	60.16%
0.198 2	1.067	28.96%	1.189	47.72%	15.20%	66.50%
0.210 1	1.094	32.52%	1.229	52.65%	16.72%	72.81%
0.221 3	1.120	35.93%	1.267	57.38%	18.20%	79.07%
0.231 8	1.145	39.18%	1.303	61.91%	19.62%	85.26%
0.241 8	1.169	42.29%	1.338	66.27%	21.00%	91.37%
0.251 2	1.192	45.27%	1.372	70.46%	22.35%	97.41%
0.260 2	1.214	48.11%	1.400	73.92%	23.10%	103.37%
0.268 7	1.235	50.82%	1.436	78.38%	24.98%	109.25%

表中 $f_0$ ( $f_0 = 0.8015\text{ Hz}$ )为索网仅受重力作用下的振动频率。 $f_p$ 为索网受 $z$ 向荷载作用后到达新平衡位置时不考虑索预应力变化得到的自振频率(采用MLCN程序先提取索网新平衡位置的节点位置,但每个索单元预应力仍为 $T_0$ 不变,重新组集整体刚度矩阵), $f_{prv} = (f_p - f_0)/f_0$ , $f_g$ 则为同时更新几何参数及索单元预应力计算得到的自振频率, $f_{grv} = (f_g - f_0)/f_0$ 。 $T_g$ 为到达新平衡位置后最大索单元预应力。

从表2可以看出:

1) 自振频率 $f_p$ 和 $f_g$ 一开始增长较缓慢,当 $u_{oz}$ 较大时频率增长速度明显加大。这表明对于索网这样的柔性结构,形状改变会导致频率变化,形状改变前后结构的动力特性不能等同,这与一般刚性结构不同,后者的刚度基本不随自振平衡位置改变而改变。

2) 考虑预应力更新时,同一平衡位置 $u_{oz}$ 对应的 $f_g$ 大于 $f_p$ ,从 $f_{prv}$ 、 $f_{grv}$ 及两者差值的变化情况可以看出,当 $u_{oz}$ 较小时,由于几何非线性导致的刚度的变化与预应力的很相近;随着 $u_{oz}$ 的增大,两者的差距越来越大。以 $u_{oz} = 0.1853\text{ m}$ 为例,考虑几何参数更新后频率增长25.26%,而仅考虑预应力因素则只增长13.61%,前者基本为后者的二倍。可见,几何非线性的影响占主要地位。

3) 索中预应力也随着 $u_{oz}$ 的变化而迅速增加,这表明索网结构的刚度与几何非线性和预应力密切相关,这两种因素是影响该类柔性结构动力特性的重要因素。

(下转第50页)

化范围与文中完全一致,验证了结果的可靠性。

工程设计中,采用规范中阵风系数近似计算风振系数,1轴、2和5轴、3和6轴以及4和7轴上的阵风系数分别为2.19、1.99、1.89以及1.82,并不符合风振系数的抛物面的分布规律,且计算结果偏于保守。

### 3 结语

1) 频域法和时域法的计算结果均表明:荷载风振系数随风荷载作用部位的不同数值有较大差异;而位移风振系数随作用的部位变化不大,基本可视为常数;在大部分部位,荷载风振系数均小于位移风振系数,因此以位移风振系数来代替内力风振系数作为结构计算所使用的风振系数,将会得到偏于安全的结果。

2) 用线性滤波器法中的自回归AR模型模拟风压时程的方法,经过模拟功率谱与目标功率谱的比较验证,证明该模拟方法是简便有效,能够真实反映风的脉动特性的。

3) 频域法和时域法得出的结果趋势上是完全一致的,仅仅是数值上有少量的偏差,通过与现有参考文献的比较说明该计算方法是可靠的。但对于大跨度幕

墙体系,采用规范中的阵风系数来替代风振系数,无法正确反映风振系数的分布规律,且计算结果也不准确。

### 参考文献:

- [1] GB50009-2001, 建筑结构荷载规范[S].
- [2] 刘锡良,周颖. 风荷载的几种模拟方法[J]. 工业建筑, 2005,35(5):81-84.
- [3] 王元清,谭成冬,张勇. 拱型波纹钢屋盖结构风振响应的时域分析[J]. 重庆建筑大学学报,2005,27(4):56-60.
- [4] 邓晓蔚,石永久,王元清. 大跨度钢结构空中走廊的风振分析[J]. 工程抗震与加固改造,2005,(8):7-11.
- [5] 张相庭. 结构风压与风振计算[M]. 上海:同济大学出版社,1985.
- [6] Mario Di Paola. Digital Simulation of Wind Field Velocity [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998,74~76:91-109.
- [7] 胡雪莲,李正良,晏致涛. 大跨度桥梁结构风荷载模拟研究[J]. 重庆建筑大学学报,2005,27(6):63-67.
- [8] 武岳,郭海山,陈新礼,等. 大跨度点支式幕墙支承结构风振性能分析[J]. 建筑结构学报,2002,(10):49-55.
- [9] 王珩,孙炳楠,楼文娟,等. 台州体育中心屋盖的风振系数计算[J]. 工业建筑,2005,35(4):82-84.

(上接第42页)

### 5 结论

1) 阐述了柔性索网结构动力特性分析的特点,即求解需分为静力和模态分析两步。

2) 柔性索网是几何非线性较强的结构,忽略几何非线性将产生错误结果。

3) 仅在重力作用下,索网的低阶频率受预应力影响相对较小,高阶频率分布比较密集。随着阶数的增大,两者的非线性关系越来越明显。

4) 索网在面外荷载作用下达到平衡后的自振特性:荷载越大,索网达到的平衡位置偏离初始平面位置越多,索中预应力增长越快,几何非线性的影响程度却减小。

5) 与一般刚性结构不同,单层索网是柔性张拉结构,其预应力和几何非线性协同作用共同影响结构的自振频率。随着自振平衡位置改变的加大,几何非线性影响的权重加大。

### 参考文献:

- [1] 王元清,石永久,李少甫,等. 点支式玻璃建筑结构体系及其应用技术研究[J]. 土木工程学报,2001,(4):1-9.
- [2] 石永久,吴丽丽,王元清,等. 点支式玻璃建筑单层索网柔性支承体系及其工程应用[J]. 工业建筑,2005,35(2):1-5.
- [3] 王元清,王喆,石永久. 点支式玻璃建筑中柔性支承体系承载性能的非线性分析[J]. 工程力学,2004,21(2):29-33.
- [4] 钱若军,杨联萍. 张力结构的分析·设计·施工[M]. 南京:东南大学出版社,2003.
- [5] Prem Krishna. Cable - suspended roofs [M]. New York: McGraw - Hill, 1978.
- [6] 沈世钊,徐崇宝,赵臣. 悬索结构设计[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1997.
- [7] 徐士良. FORTRAN 常用算法程序集[M]. 北京:清华大学出版社,1995.
- [8] 唐建民. 索穹顶结构的理论分析[D]. 上海:同济大学,1996.
- [9] 杨庆山. 悬索体系随机风振响应分析及抗风设计[D]. 哈尔滨:哈尔滨建筑大学,1995.