

# 危岩锚固机理的断裂力学分析\*

陈洪凯, 胡明, 唐红梅

(重庆交通大学 岩土工程研究所, 重庆 400074)

**摘要:**危岩主控结构面受荷断裂扩展是危岩失稳的根本原因。用锚杆加固危岩体在危岩治理中有着广泛应用,效果十分明显。从线弹性断裂力学角度考虑锚固力对危岩主控结构面的阻裂增韧作用,分析在拉剪综合应力作用下锚固力对减小主控裂隙面尖端相当应力强度因子的贡献,并讨论了锚杆水平角变化对相当应力强度因子的影响。以重庆万州太白岩危岩为例计算结果表明,锚固力的存在使得相当应力强度因子明显减小,并随着锚杆倾角的增大,其成抛物线变化,并在 $20^{\circ} \sim 30^{\circ}$ 时具有最优锚固效果。

**关键词:**危岩; 锚固效果; 断裂模型; 相当应力强度因子; 锚固角

**中图分类号:**P642.3;O346.5 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-7329(2006)05-0101-05

## Fracture Mechanics Analysis of Control Fissure of Bolted Perilous Rock

CHEN Hong-kai, HU Ming, TANG Hong-mei

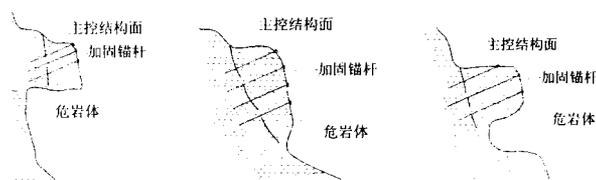
(Institute of Geotechnical Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, P. R. China)

**Abstract:** Crack propagation of control fissure of perilous rock under loads is the key process in failure of perilous rock. The rock anchoring with its reinforcing effect as one of the measures to control perilous rock is widely applied. In this paper, a new model of perilous rock mass reinforced by passive, fully-grouted bolt based on fracture mechanics has been proposed. In this model a special attention is paid to the fracture toughness increment of the control fissure by bolting the perilous rock. Moreover, a fitting bolting angle does well too in preventing the control fissure against crack propagation. A simple and rationally approximate expression of stress intensity factor of falling perilous rock mass is given. Taking the Taibaiyan perilous rocks as an example, the calculating results show that there is an obvious reduction of the stress intensity factor after the anchor has taken effect and there is nonlinear relationship between the bolting angle and stress intensity factor and  $20^{\circ} \sim 30^{\circ}$  bolting angle is recommended.

**Keywords:** perilous rock; anchoring effect; fracture model; stress intensity factor; bolting angle

危岩(Perilous rock)是指由多组岩体结构面切割并位于陡坡或陡崖上稳定较差的岩块,是三峡库区主要地质灾害类型,具有数量多、分布面广、稳定性差、致灾严重等特性<sup>[1-6]</sup>。不完全统计表明,三峡库区现有危岩体15 000余个。根据危岩失稳破坏模式可把三峡库区危岩分为三类,即坠落式危岩(Falling perilous rock)、滑塌式危岩(Sliding perilous rock)和倾倒式危岩(Toppling perilous rock)三类<sup>[1]</sup>(图1)。2003年陈洪凯教授编撰了重庆市地方标准《地质灾害防治工程设计规范》(DB5029-2004)<sup>[6]</sup>中危岩防治相关内容,较全面地提出了防治危岩的10余类工程技术,将防治技术分为主动防治、被动防护和主被动联合防治技术

三类,其中锚固技术应用最为广泛。



a) 坠落式危岩 b) 滑塌式危岩 c) 倾倒式危岩

图1 三峡库区危岩

从断裂力学角度考虑锚杆的加固机理,就是将危岩体中的主控结构面<sup>[2,3]</sup>(Control Fissure)模拟为裂纹,认为各种外界荷载作用下岩体内主控结构面尖端应力场在具有奇异性<sup>[3]</sup>,当裂纹尖端应力强度因子大

\* 收稿日期:2006-04-30

基金项目:国家自然科学基金项目(50678182);重庆市重点自然科学基金项目(2005BA7008)

作者简介:陈洪凯(1964-),男,教授,博士,博士生导师,主要从事地表动力过程研究。

于岩体的断裂韧性,裂纹即开始扩展。工程治理中将锚杆穿越主控结构面,并施加预应力作用。锚固力的存在将改变裂纹尖端应力场,减弱应力强度因子大小,从而对主控结构面起到阻裂增韧作用。国内一些学者建立了节理岩体计算模型进行比较深入的研究<sup>[7-9,12]</sup>,并在工程实践中得到验证与应用。文[7]用突变理论建立了加锚节理面压剪应力状态下分支裂纹扩展的突变模型。文[8]采用线弹性断裂力学的方法,分析锚杆与节理面不同夹角下锚杆的作用规律。但是这些研究对三峡库区危岩缺乏较强的针对性。

以占三峡库区70%<sup>[3]</sup>的坠落式为例,建立锚杆变形受力模型。应用断裂力学计算锚固力对危岩体主控结构面尖端应力场影响作用,求取拉剪应力综合作用下相当应力强度因子。研究锚固力的阻裂增韧机理,并讨论锚杆水平角的变化对相当应力强度因子影响。据此优化锚杆设计,为工程实际提供理论支持。

### 1 危岩加固锚杆的受力模型

坠落式危岩体下部受结构面切割而脱离母岩,其上部与后部母岩尚未完全脱离。危岩体底部临空,临空的原因,要么是属于危岩体下部软岩的快速风化而成岩腔;要么是属于下部先期危岩体崩落后的渐进发育<sup>[1]</sup>。图2给出其计算模型。主要作用荷载有危岩体自重、天然(或暴雨)状态的裂隙水压力和地震力<sup>[1,2]</sup>。容易求得,主控结构面处于拉剪综合应力作用<sup>[3]</sup>。

图3给出主控裂隙面锚杆受力变形模型。现有资料表明,锚杆不仅在薄弱层面厚度范围之内发生了剪切和轴向变形,而且在一个相当大的区段内(约为锚杆直径的3~4倍)也发生了明显的剪切和轴向变形<sup>[7]</sup>。故取锚杆发生明显剪切变形段的有效长度为 $l_t$ ,锚杆发生明显轴向变形的有效长度 $l_n$ 。锚杆内轴向应力及剪切应力一般为曲线分布<sup>[7]</sup>。

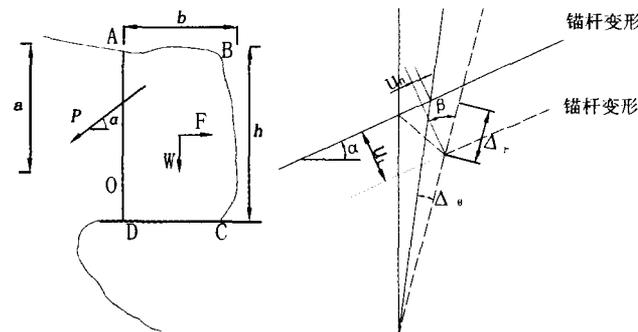


图2 坠落式危岩计算模型 图3 主控裂隙面及锚杆变形图

考察库区危岩体,主控裂隙面内填充物大都为软弱夹层,刚度系数远小于完整岩块变形模量。假设危岩主控结构面在外荷载作用下发生微小位移 $\Delta r, \Delta\theta$ ,

则锚杆的剪切变形及轴向变形可表示为(图3)。

$$\begin{cases} U_t = \Delta r \cos\beta + r_0 \Delta\theta \sin\beta \\ U_n = r_0 \Delta\theta \cos\beta - \Delta r \sin\beta \end{cases} \quad (1)$$

从锚杆应力-应变角度<sup>[7,9]</sup>,有:

$$\begin{cases} U_t = \int_0^l \frac{A\tau_b}{G_b} dl = \frac{AB_t \tau_b l_t}{G_b} \\ U_n = \int_0^l \frac{\sigma_b}{E_b} dl = \frac{B_n \sigma_b l_n}{E_b} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $E_b, G_b$ 为锚杆材料的扬氏模量和剪切模量; $A$ 是与杆体截面形状有关的剪切系数,对于圆截面实心杆体, $A = \frac{4}{3}$ ;  $B_t, B_n$ 分别为杆体内截面平均剪应力和轴向应力分布形态系数; $\sigma_b, \tau_b$ 分别为锚杆轴力和剪力。所以有<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_b = \frac{U_n E_b}{B_n l_n} \\ \tau_b = \frac{U_t G_b}{AB_t l_t} \end{cases} \quad (3)$$

作用于主控结构面上的锚杆集中力可以求得:

$$\begin{cases} P = \sigma_b A \\ Q = \tau_b A \end{cases} \quad (4)$$

### 2 应力强度因子求解模型

已知锚固力大小,加锚后坠落式危岩受力模型分析如图4。裂纹长度为 $a$ ,岩体长 $L$ ,宽取 $b$ ,高 $h$ 。 $W$ 重力,地震力 $F, P_w$ 为裂隙水压力。 $Q, P$ 为锚杆剪力和拉应力。 $B$ 为重力作用点至裂隙面距离。地震力作用于形心处。

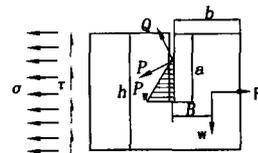


图4 坠落式加锚危岩受力示意图

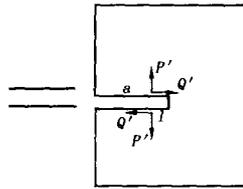
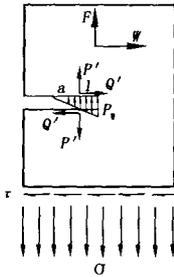
如图5裂纹在外荷载作用下应力强度因子求解模型。岩体结构面在起始扩展和扩展的过程中,其尖端塑性区小到可以忽略,结构面附近岩体变形极小,结构面的扩展属裂纹脆断<sup>[12]</sup>。所以只考虑线弹性断裂,可采用叠加原理求解。将情况(a)看成是(b)、(c)及(d)的叠加。(b)属裂纹表面集中力作用下的I、II复合型断裂问题。考虑锚固力方向,有:

$$\begin{Bmatrix} P \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \sin\alpha + P \cos\alpha \\ Q \cos\alpha - P \sin\alpha \end{Bmatrix} \quad (5)$$

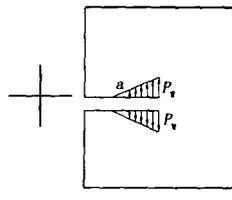
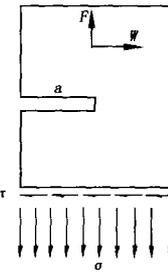
式中: $\alpha$ 为锚杆方向角。根据应力强度因子手册<sup>[10]</sup>,锚杆力对应力强度因子贡献可表示为:

$$\begin{Bmatrix} K_{Ib} \\ K_{IIb} \end{Bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{2\pi l}} \begin{Bmatrix} P' \\ Q' \end{Bmatrix} \quad (6)$$

图 5 中情况(d)为裂隙水压力作用下,属纯 I 型断裂。仅考虑暴雨状况下裂隙水压力,沿裂纹面水压分布方程为:



+



$$K_{Iw} = 0.4829 \sqrt{2\rho g a} \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

式中: $\rho$  为水的密度, $P_w$  为裂隙端部水压力。求得应力强度因子<sup>[10]</sup>:

图 5 应力强度因子求解等效模型(1)

图 5 中情况(c)可看作是(e)与(f)的叠加。(c)中的裂纹表面上的分布荷载 $\sigma(x)$ 、 $\tau(x)$ 和(e)所示的连续板(无裂纹板)在裂纹所在位置处的应力 $\sigma_y(x)$ 、 $\tau_y(x)$ 大小相等、指向相反,即为当地应力<sup>[11]</sup>。

求得 II 型断裂应力强度因子<sup>[10]</sup>:

$$K_{II} = \lambda_2 \tau_a \sqrt{\pi a} \quad (13)$$

其中: $\lambda_2 = 0.3716\sqrt{2}$ 。

根据线弹性断裂理论,应力强度因子可叠加<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} K_I = K_{I_f} - K_{I_b} + K_{I_w} = \lambda_1 \sigma_{h/2} \sqrt{\pi a} - \frac{2}{\sqrt{2\pi l}} P' + 0.4829 \sqrt{2\rho g a} \sqrt{\pi a} \\ K_{II} = K_{II_f} - K_{II_b} = \lambda_2 \tau_a \sqrt{\pi a} - \frac{2}{\sqrt{2\pi l}} Q' \end{cases} \quad (14)$$

对于 I、II 型加载下的平面复合断裂问题,裂纹端部区域的应力极坐标形式为<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} (3 - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) \right] \\ \sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I (1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta \right] \\ \tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] \end{cases} \quad (15)$$

按最大周向应力理论计算断裂角 $\theta_0$ <sup>[11]</sup>:

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (16)$$

求得

$$\theta_0 = \arctan \frac{-3K_I K_{II} + \sqrt{9K_I^2 K_{II}^2 - 8K_{II}^2 (K_I^2 - K_{II}^2)}}{K_I^2 - K_{II}^2} \quad (17)$$

由此, I、II 型复合加载下的相当应力强度因子<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} K_e &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_\theta(r, \theta_0) \\ &= \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0 \right] \end{aligned} \quad (18)$$

图 6 应力强度因子求解等效模型(2)

如图 6(f),当地应力 $\sigma(x)$ 为线性分布,其中:

$$\begin{cases} \sigma_{h/2} = \frac{F}{A} + \frac{My}{I_x} = \frac{F}{Lh} + \frac{BW \frac{1}{2}h}{Lh^3 \frac{12}}{12} \\ \sigma_a = \frac{F}{A} + \frac{My}{I_x} = \frac{F}{Lh} + \frac{BW(\frac{h}{2} - a)}{Lh^3 \frac{12}}{12} \end{cases} \quad (9)$$

其中 A 为岩体纵断面积,正应力分布方程为:

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= \sigma_a + \frac{\sigma_{h/2} - \sigma_a}{a} (a - x) \\ &= \sigma_{h/2} - \frac{x}{a} (\sigma_{h/2} - \sigma_a) \end{aligned} \quad (10)$$

求得重力及地震力作用下 I 型断裂应力强度因子<sup>[10]</sup>:

$$K_{I_f} = \lambda_1 \sigma_{h/2} \sqrt{\pi a} \quad (11)$$

其中: $\lambda_1 = \sqrt{2}(0.7930 + 0.4829 \frac{\sigma_{h/2} - \sigma_a}{\sigma_{h/2}})$ 。

当地应力以二次曲线分布:

$$\tau(x) = \frac{3W}{Lh^3} x^2 = \frac{3Wa^2}{Lh^3} \left(\frac{x}{a}\right)^2, \quad \tau_a = \frac{3Wa^2}{Lh^3} \quad (12)$$

裂纹扩展条件可以表示为<sup>[11]</sup>:

$$K_e \geq K_{Ic} \quad (19)$$

式中:  $K_{Ic}$  为危岩体断裂韧性, 可根据标准试验测得部分脆性岩石断裂韧度值, 如表 1。

表 1 部分脆性岩石的断裂韧度测试值

岩性	断裂韧度/MPa $\sqrt{m}$	资料来源
长石石英砂岩	1.56 ~ 1.92	文献[3]
斜长石石英砂岩	1.43 ~ 1.71	文献[3]
砂岩	0.28 ~ 1.24	文献[12]
黑色大理岩	2.31 ~ 2.65	文献[13],[14]
大理岩	0.64 ~ 0.76	文献[15]

表中长石石英砂岩是库区代表性岩石。测定其平均断裂韧度为  $1.796 \text{ MPa} \sqrt{m}^{[3]}$ 。由此, 对坠落式危岩, 根据已有的断裂韧度测试值可以分析主控结构面稳定状态。

### 3 算例及分析

位于三峡库区腹部的重庆市万州区城区后部的太白岩由 2 ~ 3 级陡崖和其间的斜坡组成。岩层近似水

表 2 重庆市万州区太白岩几个坠落式危岩断裂计算结果

编号	危岩体几何特征/m				沿截面方向 布置锚杆数目	相当应力强度因子 $K_e/kPa \sqrt{m}$		主控结构面断裂扩展状态	
	宽度	高度	长度	裂隙深度		锚固前	锚固后	锚固前	锚固后
BW2	4	12	20	6	2	1 012.97	713.82	稳定	稳定
BW8	4	8	10	6	2	1 712.29	1 389.54	基本稳定	稳定
BW11	5	15	10	13	12	2 875.41	1 502.34	不稳定	稳定
BW36	4	15	5.5	13	6	2 142.44	1 448.43	不稳定	稳定

从表 1 可知, 加锚后, 主控结构面应力强度因子显著减小。锚杆显然起到阻裂增韧作用, 限制了主控结构面进一步发育。不仅如此, 锚杆水平角度同样影响应力强度因子大小。选取 BW2 危岩计算, 由表 3 可见: 随着锚杆角的增加, 应力强度因子先减后增。如图 7 所示曲线抛物线型, 在  $20^\circ \sim 30^\circ$  相当应力强度因子达最小值。所以针对坠落式危岩治理, 锚固角在  $20^\circ \sim 30^\circ$  可获得最优治理效果。此结论与太白岩危岩治理工程实际极相吻合。

表 3 BW2 号危岩体相当应力强度因子随锚杆角度变化计算结果

锚固角 $\alpha$	应力强度因子/ $kPa \sqrt{m}$		断裂角 $\theta_0$	相当应力强度因子 $K_e/kPa \sqrt{m}$
	$K_I$	$K_{II}$		
10	711.99	29.49	-4.73	713.82
20	691.32	76.43	-12.33	703.73
30	679.11	126.25	-19.80	712.41
40	675.73	177.43	-26.32	738.78
50	681.29	228.42	-31.49	779.70
60	695.63	277.66	-35.31	831.29
70	718.29	323.67	-37.96	889.80
80	748.61	365.05	-39.67	951.93

平, 砂岩和泥岩互层。砂岩出露部分为陡崖, 泥岩出露部分为斜坡。斜坡上陡下缓, 上段坡度  $70^\circ \sim 90^\circ$ , 多岩腔, 以陡崖为主, 崖顶 (V 级夷平面) 高程 413.4 ~ 458 m, 崖脚高程 310 ~ 330 m。斜坡下段分布高程 250 ~ 330 m, 总体坡度  $30^\circ \sim 50^\circ$ , 坡脚为城区主干道诗仙路和沙龙路。整个太白岩危岩带连绵长 5 km 左右, 呈典型的方山地貌, 沿陡岩周边发育着大大小小 400 余个危岩单体。单个体积  $8 \sim 5 152 \text{ m}^3$ , 总体积约 5 万余  $\text{m}^3$ 。长石石英砂岩是三峡库区危岩代表性岩体, 其天然容重  $25 \text{ kN/m}^3$ 、粘聚力  $C = 1 790 \text{ kPa}$ 、内摩擦角  $\varphi = 34.3^\circ$ 。从太白岩中段选取 4 个坠落式危岩进行计算, 锚杆作用于裂隙中部。锚杆作用于裂隙中部。锚杆选用  $\Phi 25$  钢筋, 锚固到边坡卸荷带后部稳定岩体的长度不小于 3 m、长度 5 ~ 10 m 不等。锚杆施加 30 ~ 50 kN 的预应力, 使锚杆主动受力。定义危岩体沿着陡崖或陡坡的尺寸为长度、与陡崖垂直方向的尺寸为宽度、顶部和底部高程差为高度。

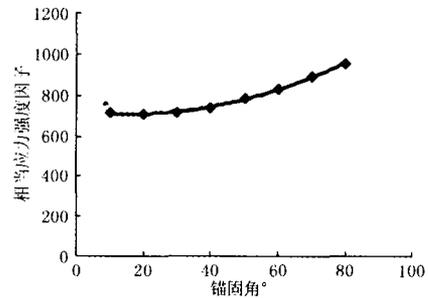


图 7 拉剪综合应力强度因子随锚杆水平角度变化图

泛应用, 取得显著效果。但锚固机理研究尚不深入, 锚杆设计停留在定性的概念设计层次, 随意性强、针对性差。将断裂力学应用危岩主控裂隙面失稳扩展研究, 分析锚杆对结构面阻裂增韧机理具有一定的现实意义。

2) 坠落式危岩约占三峡库区危岩总数的 70%, 选取坠落式危岩进行研究具有代表性。危岩体在自重、裂隙水压力、水平地震力作用下, 主控裂隙面应力呈拉剪状态。根据裂隙面变形趋势, 可求得锚杆作用力大小。

3) 建立了坠落式危岩断裂计算模型。从线弹性角度用叠加方法求解, 获得了相当应力强度因子。相

### 4 结论

1) 锚杆加固危岩在三峡库区地质灾害治理中广

当应力强度因子代表拉剪应力综合作用下裂纹端部场强特征值。危岩体加锚后主控裂隙面尖端相当应力强度因子显著减小,随着锚杆水平角增加,相当应力强度因子呈抛物线变化,在 $20^{\circ} \sim 30^{\circ}$ 可获得最优锚固效果。

### 参考文献:

- [1] 陈洪凯,王蓉. 三峡库区危岩稳定性计算方法及应用[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(4):614-619.
- [2] 陈洪凯,王蓉,唐红梅. 三峡库区危岩体锚固计算方法及应用[J]. 中国地质灾害与防治学报,2002,13(4):59-62.
- [3] 叶四桥. 危岩损伤-断裂联合机理研究[D]. 重庆交通学院,2002.
- [4] 陈洪凯,唐红梅,王蓉等. 锚固岩体参数的等效方法研究[J]. 应用力学和数学,2001,22(8):862-868.
- [5] 陈洪凯,唐红梅,刘光华等. 危岩锚固-支撑联合计算方法研究[J]. 岩土工程学报,2004,26(3):383-388.
- [6] DB5029-2004,地质灾害防治工程设计规范[S].
- [7] 李术才. 加锚节理岩体裂纹扩展失稳的突变模型研究[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(10):1661-1666.
- [8] 伍佑伦,王元汉,许梦国. 拉剪条件下节理岩体中锚杆的力学作用分析[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(5):769-772.
- [9] 李术才,朱维申. 三峡船闸高边坡岩体稳定性断裂损伤模型研究[J]. 人民长江,1998,29(12):3-6.
- [10] 中国航空研究院. 应力强度因子手册(增订版)[M]. 北京:科学出版社,1993.
- [11] 洪起超. 工程断裂力学基础[M]. 上海:上海交通大学出版社,1987.
- [12] 王思敬. 坝基岩体工程地质力学分析[M]. 北京:科学出版社,1990.
- [13] 周维垣,杨延毅. 节理岩体的损伤断裂力学模型及其在坝基稳定分析中的应用[J]. 水利学报,1990,(11):48-52.
- [14] 周维垣,杨延毅. 节理岩体的损伤断裂力学模型及验证[J]. 岩石力学与工程学报,1991,10(1):43-54.
- [15] 陶纪南. 岩石断裂韧度测试中的几个问题-裂纹亚临界扩展的研究[J]. 岩石力学与工程学报,1990,9(4):319-327.
- [12] 应付钊. 非线性有限元法分析预应力砌体墙结构[D]. 四川大学,1999.
- [13] 刘桂秋,施楚贤. 砌体受压应力-应变关系[A]. 现代砌体结构. 2000年全国砌体结构学术会议论文集[C]. 中国建筑工业出版社,2000.
- [14] 朱伯龙. 砌体结构设计原理[M]. 上海:同济大学出版社,1991.
- [15] 郑颖人,赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩土力学与工程学报,2004,23(19):3381-3388.
- [16] 骆万康,王天贤. 预应力开洞砖墙抗震性能的试验研究[J]. 建筑结构,1998,172(4):12-16.
- [17] 晏致涛. 后张法预应力混凝土空心板梁张拉有限元分析[J]. 重庆建筑大学学报,2003,25(6):62-66.
- [18] 朱希成. 砖砌体剪压复合受力性能研究[D]. 重庆建筑大学,1997.
- [19] 骆万康,王天贤. 预应力砖墙在低周反复荷载下抗裂及承载力试验研究[J]. 重庆建筑大学学报,1994,16(4):52-66.

(上接第96页)