

遗传算法在边坡稳定系数计算中的应用*

包 太^{1,2}, 刘宝琛¹

(1. 中南大学 土木学院, 长沙 440004; 2 贵州大学 土木建筑工程学院, 贵阳 550003)

摘要: 边坡稳定性的关键问题是确定最危险滑动面 (潜在最危险滑动面) 和边坡的稳定系数。国内外一般是采用先假定边坡滑移模式, 然后近似确定最危险滑动面, 再求近似的边坡稳定系数的方法来分析边坡的稳定性, 但假设的边坡滑移模式难以反映边坡滑移的实际状态。因此本文探索利用遗传算法搜索最危险滑动面, 并得到最小稳定系数及对应的最危险滑动面曲线, 取得了较好的效果。

关键词: 稳定系数; 滑动面; 遗传算法

中图分类号: TU457 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006 - 7329(2007)01 - 0049 - 03

Application of GA in Calculating Factor of Safety in Slope Stability

BAO Tai^{1,2}, LU Bao - shen²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guizhou University, Guiyang 550003, P. R. China; 2 School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha 440004, P. R. China)

Abstract: How to ascertain the sliding surface and the factor of safety (FS) is the key problem of slope stability. The failure model of a slope is supposed at first and then the sliding surface and the factor of safety are computed approximately during analyzing the slope stability all over the world. However, the hypothesis cannot reflect the real state of slope sliding. In this paper, the critical failure surface with the lowest value of FS is computed and the better result is got by means of GA.

Keywords: factor of safety (FS); sliding surface; GA

边坡稳定性的关键问题是确定最危险滑动面 (潜在最危险滑动面) 和边坡的稳定系数。国内外一般是采用先假定边坡滑移模式, 然后近似确定最危险滑动面, 再求近似的边坡稳定系数的方法来分析边坡的稳定性, 如 Bishop 法、瑞典条分法以及它们的改进方法等。但影响边坡稳定性的因素众多, 对于千变万化的复杂土体边坡, 假设的边坡滑移模式 (如圆弧滑动面或简单折线滑动面等) 难以反映边坡滑移的实际状态。自 20 世纪 80 年代以来, 国内外很多研究者致力于边坡最危险滑动面的搜索技术, 提出了不同的方法。但由于土体具有时空上的变异性, 边坡临界滑动面的搜索已演变成成为复杂的、非线性的、非凸规划问题, 而遗传算法是一种较好的优化算法, 对于该种问题提供了较好的解决。遗传算法模拟生物遗传进化过程, 其以接近 1 的概率搜索到全局最优解的能力而在工程中得到了巨大的应用。

1 边坡稳定系数分析^[1,2]

某一边坡, 采用毕肖普法来进行分析, 其图 1 所示。毕肖普法提出的土坡稳定系数的含义是整个滑动面上土的抗剪强度 t_f 与实际产生剪应力 T 的比, 即 $K_s = t_f / T$, 并考虑了各土条侧面间存在着作用力, 其原理与方法如下:

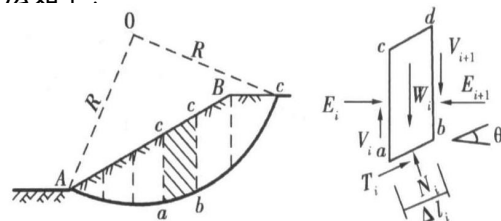


图 1 边坡计算简图

假定滑动面是以圆心为 O, 半径为 R 的滑弧, 该边坡分为 n 个滑块, 从中任取一土条 i 为分离体, 其分离

* 收稿日期: 2006 - 10 - 20

基金项目: 贵州大学博士科研启动基金项目, 中南大学博士后基金项目

作者简介: 包 太 (1972 -), 男, 吉林通化人, 博士后, 主要从事岩土力学与工程方面的研究。

体的周边作用力为：土条重 W_i 引起的切向力 T_i 和法向反力 N_i ，并分别作用于底面中心处；土条侧面作用力 E_i, E_{i+1} 和切向力 V_i, V_{i+1} 。

根据静力平衡条件和极限平衡状态时各土条力对滑动圆心的力矩之和为零等，可得毕肖普法求土坡稳定系数的普遍公式，即

$$K_s = \frac{\sum_{m_i} \{ C_i - l_i \cos \alpha_i + [W_i + (V_{i+1} - V_i)] \operatorname{tg} \alpha_i \}}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

式中： $m_i = \cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}{K_s}$ 。

上式用起来十分繁杂，为此，毕肖普忽略了条间切向力，即 $V_{i+1} - V_i = 0$ ，这样就得到了国内外广泛使用的毕肖普简化式：

$$K_s = \frac{\sum_{m_i} \frac{1}{m_i} (C_i - l_i \cos \alpha_i + W_i \operatorname{tg} \alpha_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (2)$$

由于推导中只忽略了条间切向力，比瑞典条分法更为合理。

2 遗传算法分析

2.1 遗传算法原理^[3~5]

遗传算法是一类可用于复杂系统优化计算的鲁棒搜索算法。它是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局概率搜索算法，这一算法广泛应用于许多工程问题的优化。遗传算法中，将许多复杂函数的 n 维待优化参数向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 用 n 个记号 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 所组成的符号串 X 来表示：即 $X = X_1 X_2 \dots X_n \Rightarrow X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。把每个 X_i 看作一个遗传基因所组成的染色体。一般情况下，染色体的长度 n 是固定的，但对某些问题 n 也可能是变化的。根据不同情况，这时的等位基因可以是一组整数，也可以是某一范围内的实数值。最简单的等位基因是 0 和 1 这两个整数组成的，相应的染色体就可以表示为一个二进制符号串。这种编码所形成的排列形式 X 是个体的基因型，与它对应的 X 值是个体的表现型。通常个体的基因型与表现型是一一对应的，但有时也允许基因型和表现型是多对一的关系。染色体 X 也称为个体 X ，对于每一个个体 X 要按照一定的规定研究出其适应度。个体的适应度与其对应的个体表现型 X 的目标函数值相关联， X 越接近目标函数的最优点，其适应度越大，反之，其适应度越小。

2.2 目标函数的建立^[6~8]

设已知关系式的无约束非线性模型为：

$$Y = Y(X, x) \quad (3)$$

模型中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ ，为待优化求解参数向量， k 为待优化参数总数； X 为 N 维模型输入向量； Y 为 M 维模型输出向量，即 $Y: R^N \rightarrow R^M$ 。若模型进行 m 次迭代计算，则式 (3) 的参数求解问题可转化为一个有约束条件的非线性模型参数的优化问题，即：

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m |Y_l - Y_l^q| = \sum_{l=1}^m |f(X_l, x) - Y_l^q| \quad (4)$$

$x_i \in [a_i, b_i]$

式中： $\{ (X_l, Y_l) | l=1, 2, \dots, m \}$ 为模型的输入、输出数据向量； Y_l 为模型输入向量 X_l 对应的计算向量；

$|\cdot|$ 为取范数； q 为实常数，视实际优化问题的要求而定； a_i 和 b_i 分别为参数的上下限， $i=1, 2, \dots, k$ ， k 为参数个数； $f(x)$ 为待优化参数的目标函数。

因此，假设边坡计算中分为 10 个条块，则根据公式 2，假设在边坡坡角 α 和高度 H 已知的条件下，则边坡的稳定系数只与每一个滑块滑移面的角度有关，则可以构造如下的优化参数：

$$K_s(X, x) = K_{s0} - \frac{\sum_{m_i} \frac{1}{m_i} (C_i - l_i \cos \alpha_i + W_i \operatorname{tg} \alpha_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (5)$$

模型中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_k] = [x_1, x_2, \dots, x_{10}]$ ， $k=10$ ，为 10 个待优化求解参数向量； X 为 N 维模型输入向量 ($N=10$)； x 为 M 维模型输出向量 ($M=1$)，即 $Y: R^{10} \rightarrow R^1$ ，则式 5 的参数求解问题可转化为一个非线性模型参数的优化问题。即：

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m |K_l - K_{ll}^q| = \sum_{l=1}^m |K(X_l, x_l) - K_{ll}^q| \quad (6)$$

$x_i \in [a_i, b_i]$

式中： $\{ (X_l, K_l) | l=1, 2, \dots, m \}$ 为模型的 m 维输入、输出数据向量； K_{ll} 为 m 维模型输入向量 X_l 对应的数据向量； $|\cdot|$ 为取范数； q 为实常数，视实际优化问题的要求而定； a_i 和 b_i 分别为参数的上下限， $i=1, 2, \dots, k$ ， k 为参数个数； $f(x)$ 为待优化参数的目标函数，因此，根据上述计算模型，就可以编程进行优化求解。

3 算法验证

某边坡如图 2 所示，其边坡质参数如表 1 所示。令： $X_l = (x_1, x_2, \dots, x_{10})$ ， $Y_l = K_l$ ， $Y_{ll} = K_{ll}$ ， $x = [x_1, x_2, \dots, x_k] = [x_1, x_2, \dots, x_{10}]$ ； x_l 为模型的 10 维模型输入向量， Y_l 为模型的 1 维模型输出向量，即有 $f: R^{10} \rightarrow R^1$ ； $\{ (X_l = (x_1, x_2, \dots, x_{10}), K_{ll}) | l=1, 2, \dots, m \}$ 为模型的 10 维输入向量对应的输出数据向量 (即边坡每一个滑块的滑面角度及稳定系数计算值)；结合式 3、5、6，并取 $q=1$ ，则可构建最小稳定系数计算中参数求解的优化准则函数 $f(x)$ 。

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m |f(x, X_l) - Y_{ll}^q| \quad q=1$$

$$= \sum_{i=1}^m f((\sigma_i, K_s), \sigma_i) - K_{it} \quad q=1 \quad (7)$$

表 1 土层物理力学参数表

容重 /kN · m ⁻³	粘聚力 c/kPa	内摩擦角 /°	坡角 /°	坡高 h/m
18.7	12	27	28	24

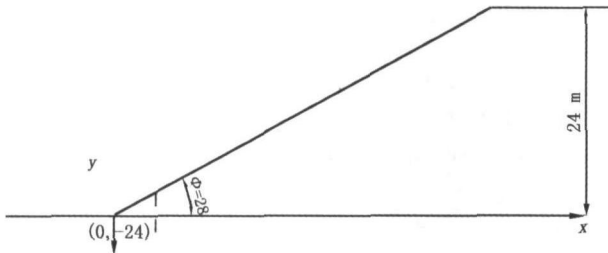


图 2 某一边坡坡形图

对于遗传算法中,其主要参数如表 2 所示:

表 2 遗传算法参数

变异概率	交叉概率	种群数	遗传代数
0.03	0.95	100	150

其计算框图如图 3 所示,通过 Matlab 编程^[9],计算结果如图 4 所示。

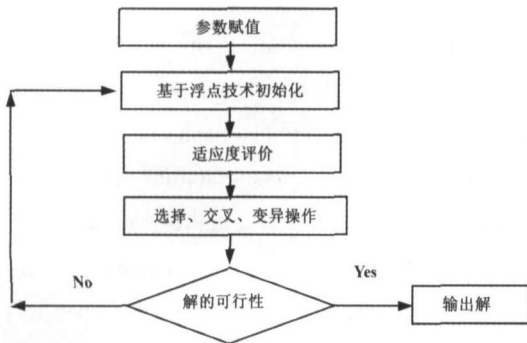


图 3 遗传算法运算流程图

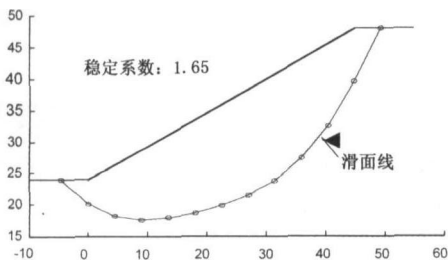


图 4 遗传算法计算结果

为了验证计算结果的正确性,对于该地质边坡,采用同济启明星边坡 slope 计算软件体验版进行计算^[10],其最小稳定系数对应的滑弧面如图 5 所示,通过与图 4(即本文计算结果)对比,可以看出,两者所得到的稳定系数较为接近,并且与之相应的最小滑移面也比较接近,从而说明遗传算法可以较为准确计算得到边坡的稳定系数以及相应的滑移面,从而可以为在

工程中及时进行施工指导提供了较好的帮助。

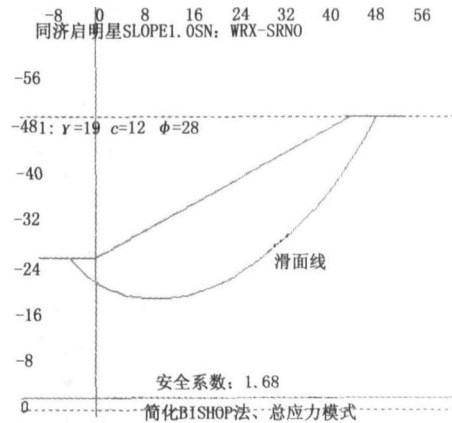


图 5 同济启明星 slope 体验版计算结果

4 结论

通过把目前较为先进的优化算法 - 遗传算法引入到边坡稳定系数的计算当中,并以某实例进行了验证,得到了以下几点结论。

- 1) 采用遗传算法,可以为计算边坡的稳定系数提供一种对比的方法,减少计算的误差。
- 2) 采用遗传算法,大大提高了数据处理的速度,可有效提高效率。

参考文献:

- [1] BRAJA M. DAS Principles of foundation engineering (third edition) [M] Pws publishing company, 1995.
- [2] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算 (第二版) [M] 北京: 水利电力出版社, 1994.
- [3] 王小平,曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现 [M] 西安: 西安交通大学出版社, 2002.
- [4] 李敏强. 遗传算法的基本理论与应用 [M] 北京: 科学出版社, 2002.
- [5] 玄光男,程润伟. 遗传算法与工程优化 [M] 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [6] 席少霖,非线性最优化方法 [M] 北京: 高等教育出版社, 1992.
- [7] 胡毓达,非线性规划 [M] 上海: 高等教育出版社, 1990.
- [8] 江刚. 遗传算法在固结系数计算中的应用 [J] 重庆建筑大学学报, 2006, 28(1): 71 - 73.
- [9] 飞思科技产品研发中心. Matlab 6.5 辅助优化计算与设计 [M] 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [10] 边坡稳定分析计算软件 Slope 使用手册 V1.0 [Z] 上海 同济启明星科技发展有限公司.