

活性污泥膨胀的影响因素及调控措施研究*

王凤祥, 龙腾锐, 郭劲松

(重庆大学 城市建设与环境工程学院, 重庆 400045)

摘要: 系统介绍了活性污泥膨胀的概念、类型和相关理论。从碳水化合物含量高的废水、陈腐或腐化的废水、含有毒物质的废水、N、P 含量不平衡的废水、低 PH 值的废水等方面论述进水水质对污泥膨胀的影响; 从水流流态及运转方式、流量和水质变化、其他环境因子 (PH, 温度, 营养成分) 等环境条件论述其对污泥膨胀的影响; 和从负荷、溶解氧、污泥龄等运转条件来论述其对污泥膨胀的影响。提出了应急调控措施、环境调控措施和工艺运行调控措施来控制污泥膨胀。

关键词: 活性污泥膨胀; 丝状菌; 非丝状菌; 调控措施

中图分类号: TU992.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006 - 7329(2007)01 - 0117 - 05

Study on Factors Affecting the Activated Sludge Bulking and Its Control

WANG Feng - xiang, LONG Teng - rui, GUO Jin - song

(College of Urban Construction and Environment Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: In this paper, the concept, types and mechanism of activated sludge bulking were introduced. The factors affecting the sludge bulking were discussed from the aspects of wastewater quality, such as wastewater with high content of carbon hydrate, decayed wastewater, wastewater with toxic substance, wastewater with unbalanced content of N and P and wastewater with low pH value; the environment conditions such as flowing state of the flow, operation manner, variation of water quality and other factors (pH, temperature, nutrition) etc. And also, the emergency controlling, environment controlling and process operating controlling methods are put forward for controlling activated sludge bulking.

Keywords: activated sludge bulking; filamentous bacteria; non - filamentous bacteria; controlling methods

自从 1914 年 Aldem 和 Lockett 首次发明活性污泥法处理污水技术以后, 至今, 活性污泥工艺得到了广泛的应用, 并产生一系列变形工艺, 如阶段曝气、渐减曝气、吸附再生、完全混合式、序批式等。且纯氧曝气、深井曝气、粉末碳活性污泥法、AB 工艺和 A/O、A²/O 等脱氮除磷工艺以及氧化沟^[1]等工艺也得到进一步发展。但是, 不论是哪一种改进的活性污泥工艺, 污泥膨胀是活性污泥法问世以来在运行管理中一直困扰人们的最大难题之一。活性污泥法的关键技术就是活性污泥沉降性能的好坏, 它直接影响出水水质。污泥膨胀发生很普遍, 据报道, 在美国 60%, 德国 50%, 意大利 50% 的污水厂存在污泥膨胀问题。我国的绝大多数活性污泥法工艺的污水厂, 也不同程度地存在污泥膨胀问题。

1 污泥膨胀的概念及理论

1.1 污泥膨胀的概念

污泥膨胀是活性污泥系统在运行过程中出现的异常现象之一, 定义为: 由于某种原因活性污泥沉降性能恶化 (SV 值不断上升), 造成二沉池中泥水分离效果差, 污泥易随出水流失, 影响出水水质, 从而破坏处理工艺的正常运行的现象。

1.2 污泥膨胀的理论

由于污泥膨胀成因的多样性, 在一定程度上给人们研究污泥膨胀造成了困难。虽然有关污泥膨胀的假说很多, 但是有些假说只能解释特定条件下的污泥膨胀问题。自从 Chudoba 于 1973 年提出了选择性理论后, 该理论为学者们广为接受并成为污泥膨胀研究领域中的主要理论。它是基于不同的微生物的生长动力学参数的不同而提出的。微生物的动力学参数可根据 Monod 方程式 (式 1) 来确定。

$$\mu = \mu_{\max} S / (K_s + S) \quad (1)$$

式中: μ 、 μ_{\max} 分别为微生物的实际和最大比生长速率

* 收稿日期: 2006 - 09 - 20

作者简介: 王凤祥 (1980 -), 男, 江苏兴化市人, 硕士生, 主要从事污水处理理论与技术研究。

(d^{-1}); S 为限制性基质浓度, mg/L ; K_s 为半饱和常数, mg/L 。

根据 Chudoba 提出的理论, 具有低的 K_s 和 μ_{\max} 值的丝状菌在低基质浓度下, 具有较高的生长速率, 从而具有竞争优势; 而在高基质浓度下, 具有高的 K_s 和 μ_{\max} 值的菌交团微生物有较高的生长速率 (如图 1 所示)。该理论可以很好地解释基质限制、溶解氧限制和营养物质缺乏引起的污泥膨胀现象^[2]。

另外, 关于污泥膨胀的理论还有 A/V 假说、饥饿假说理论和积累—再生假说理论等等。

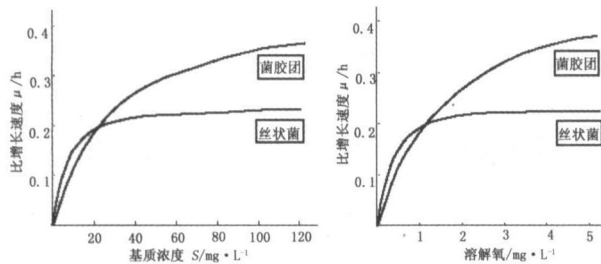


图 1 两类微生物比增长速率与基质浓度 /DO 的关系

2 污泥膨胀类型

活性污泥系统中的微生物处于动态平衡之中, 理想的污泥絮体沉降性能良好, 丝状菌和菌胶团之间相互竞争, 相互依存, 絮体中存在的丝状菌有利于保护絮体已经形成的结构并能增加其强度。但是在污泥膨胀诱因的诱发下就容易发生污泥膨胀。

污泥膨胀可以分为两大类: 丝状菌膨胀和非丝状菌膨胀。前者是由于活性污泥中大量丝状菌繁殖而造成的, 大量的丝状菌从污泥絮体中伸出很长的菌丝体, 菌丝体之间互相接触, 起到架桥作用, 从而形成了一个框架结构, 支撑着污泥絮体, 阻止了絮体的有效沉降。后者是由于菌胶团在特定的环境条件下分泌并积累大量高粘性物质, 而高粘性物质的结合水高达 380%, 从而造成污泥比重减轻, 压缩性能恶化而引起膨胀^[3]。

3 污泥膨胀的影响因素

从进水水质、环境条件和运转条件三方面来论述其对污泥膨胀的影响。

3.1 进水水质

在大量的实践中总结出的如下几种废水水质容易引起污泥膨胀:

1) 碳水化合物含量高的废水, 含有大量可溶性有机物的废水。废水水质对污泥膨胀有明显影响, 一般认为污水中悬浮固体少, 而溶解性和易降解的有机物组分较多, 特别是含低分子量的烃类、糖类和有机酸等类型基质的污水容易发生非丝状菌性污泥膨胀, 例如

啤酒、食品、乳品、石化、造纸等废水^[4]。

2) 陈腐或腐化的废水, 含有大量 H_2S 的废水。污水在下水管道、初沉池等贮存设施中, 停留时间过长, 发生早期消化, 使 pH 值下降, 产生利于丝状菌摄取的低分子溶解性有机物和 H_2S , 容易引起硫代谢丝状菌, 如 021N 型菌、丝硫细菌、贝丝硫菌的过量增殖^[5]。现有的资料一致认为, 含有 H_2S 的废水易引起污泥膨胀。当城市污水中的 H_2S 浓度超过 1~2.5 mg/L 时, 就可能发生膨胀。

污水中存在的硫化物, 大部分是厌氧发酵过程中的一个副产物, 在污水中厌氧发酵有大量小分子有机酸产生, 它是曝气池在一定运行方式和负荷情况下造成污泥膨胀的主要原因, 而 H_2S 是次要因素。

3) 含有有毒物质的废水。当大量含有有毒有害物质的工业废水进入污水厂时, 绝大多数情况下, 活性污泥中的微生物会出现“中毒”现象。Novak^[6]在对非丝状菌膨胀的研究中发现, 当活性污泥中菌胶团细菌吸收污水中的有毒物质后, 粘性物质分泌量减少, 生理活动出现异常, 可能引起污泥膨胀。

4) N、P 含量不平衡的废水。进水中营养物质缺乏或不平衡, 除引发丝状菌膨胀外, 还会导致非丝状菌污泥膨胀。高春娣等人^[7]以 SBR 法处理啤酒废水 (COD 为 600 mg/l) 为研究对象, 分析了 N、P 缺乏引起的非丝状菌污泥膨胀问题, 认为当进水 TP 充足, BOD_5/P 为 100/0.6 和 100/0.3 时发生高含水率粘性菌胶团菌过量生长引起了污泥膨胀, BOD_5/P 为 100/0.4 时, 混合液中出现大量高含水量的细胞外聚物, 发生严重的非丝状菌污泥膨胀; 当进水 TP 充足, BOD_5/N 为 100/3 和 100/2 时, 污水中营养失调, 均发生高含水率的粘性菌胶团细菌过量生长引起了非丝状菌污泥膨胀。

C. Wu 报道, 对于完全混合式反应器在 BOD_5/N 为 35/1 时, 就会形成 N 限制的情况, 使得过量的碳源存在, 微生物不能充分利用, 吸入体内并转变为多聚糖类胞外贮存物, 此类物质具有高度亲水性, 形成很多结合水, 从而影响了污泥的沉降性能, 造成高粘度污泥膨胀。吉芳英和杨琴等^[8]在除磷脱氮 SBR 系统的系统研究中也发现了高粘性污泥膨胀。楼少华和王涛等^[9]在一体化氧化沟的实际运行中发现了高粘性污泥膨胀。

5) 低 pH 值的废水。在活性污泥法工艺的运行中, 为了使活性污泥正常发育、生长, 曝气池的 pH 值应保持在 6.5~8.0 范围内。pH 值较低会导致丝状真菌的繁殖而引起污泥膨胀。国内外研究报道, 混和液的 pH 值低于 6.5 时, 有利于丝状真菌的生长繁殖, 而

菌胶团的生长受到抑制;当 pH 值低至 4.5 时,真菌将完全占优,活性污泥絮体遭到破坏,处理出水水质严重恶化。Stom 和 Hu^[10]通过对不同 pH 值下的研究发现,pH 5 时有利于真菌繁殖。

3.2 环境条件

1) 水流流态及运转方式。流态影响的关键是曝气池内的基质浓度梯度。Rensink 于 1982 年在三种不同流态的活性污泥试验模型中,进行比较得出,曝气池内的流态对丝状菌的生长有很大影响的结论。在完全混合式曝气池中负荷 $0.1 \sim 0.5 \text{ kgBOD}_5 / (\text{kgMLSS} \cdot \text{d})$ 都发生膨胀,而在推流式系统中,污泥负荷大于 $0.5 \text{ kgBOD}_5 / (\text{kgMLSS} \cdot \text{d})$ 才发生膨胀。而在间歇反应器内没有发现膨胀现象。

2) 流量和水质变化。在实际污水处理工程的实践中,污水的流量、水质变化是其本质特性。王凯军等^[11]研究认为,在变化的水力负荷下,污泥的 SVI 呈上升趋势,具体分析为变负荷对于污泥沉降性能的影响是在高负荷、低溶解氧的状态下刺激了丝状菌的生长,且由于丝状菌生长过程的不可逆性,结果造成了污泥沉降性能的变化。日本的口田广^[12]的研究表明,在水质、水量发生变化时,特别当有机物浓度剧增时,极易引起污泥膨胀。比利时的 Meyers(1979)则认为,人为控制的冲击负荷对于低负荷的污泥膨胀有一定的控制作用。

3) 其他环境因子(pH,温度,营养成分)。微生物的生长、发育、代谢过程受各种环境条件影响很大。pH、温度以及营养成分等环境因子对丝状菌的生长十分重要。低 pH 的条件下,一些真菌迅速繁殖可以造成丝状菌型膨胀。不同的丝状菌具有其各自的最佳温度生长范围。如:球衣菌的最佳生长温度在 30 左右,丝硫菌、贝氏硫菌等的最佳生长温度在 30~36 之间。如果温度较低,污水中微生物代谢速度较慢,会积贮起大量高粘性多糖类物质,易形成高粘性污泥膨胀。温度也普遍影响丝状菌的生长,Knoop 等人^[13]通过观察 *M. Parvicella* 细菌在低温下的生长情况,认为低温有利于丝状菌的生长。据报道,在低温、高负荷的情况下,可能发生非丝状菌型膨胀。

3.3 运行条件

1) 负荷的影响。负荷对污泥沉降性能的影响比较复杂,很多报道是由于研究者的背景以及研究条件的不同,研究结果有时互相矛盾。Chudoba 在 70 年代进行一组试验结果表明,完全混合式活性污泥系统中,随着负荷的增大,SVI 值呈下降趋势。而推流式活性污泥系统中,SVI 的变化规律则相反。一般认为,在低负荷时,进水底物浓度低,由于基质的限制而引起污泥

膨胀。低 F/M 的情况通常出现在完全混合式曝气池、大回流比的氧化沟(如 Carrousel 氧化沟)、沿程分散进水曝气池中。

2) 溶解氧。在曝气池中低溶解氧浓度的条件下,大部分好氧菌几乎不能继续生长繁殖。因为丝状菌的菌丝比较长,比表面积大,更易夺得溶解氧并迅速生长繁殖。另外,丝状菌的饱和常数 K_b 值低,对低浓度溶解氧有很大的亲和力,因此在低溶解氧的环境中,丝状菌是优势菌属。

负荷与溶解氧之间的关系对 SVI 有十分密切的影响。Palm 等人^[14]对负荷与溶解氧关系对 SVI 的影响进行详细研究表明,只要溶解氧成为限制,在任何负荷下都可能发生膨胀。同样,只要负荷足够高,在任何溶解氧的条件下也可能发生污泥膨胀。溶解氧在 $0.1 \sim 6.0 \text{ mg/L}$ 之间时,随着有机负荷的不同,活性污泥均有可能发生污泥膨胀。Segzin 等人^[15]研究结果表明,在高有机负荷的情况下,推流式系统在缺氧时引起膨胀。在高污泥负荷下,“安全”溶解氧值很高,具体详表 1。陈滢,彭永臻等人^[16]在研究用 SBR 工艺处理实际生活小区污水时发现,在低溶解氧条件下,有机负荷为 $0.20 \text{ kg}(\text{kg} \cdot \text{d})^{-1}$ 和 $0.26 \text{ kg}(\text{kg} \cdot \text{d})^{-1}$ 时,活性污泥中虽有丝状菌存在,但没有发生污泥膨胀。当有机负荷升高至 $0.57 \text{ kg}(\text{kg} \cdot \text{d})^{-1}$ 时,发生了非丝状菌污泥膨胀。长期的高负荷,低溶解氧浓度条件下可引起非丝状菌污泥膨胀。

表 1 有机负荷率与“安全”溶解氧浓度的关系

$N_s(\text{kgCOD} / (\text{kgMLSS} \cdot \text{d}))$	“安全”溶解氧浓度值 (mg/L)
0.30	1.0
0.50	2.0
0.75	3.0
0.90	4.0

3) 污泥龄(SRT)。钱易等人^[17]对污泥龄与 SVI 的相关关系进行研究表明,在两者之间不存在数量上的相关关系。认为泥龄对污泥沉降性能的影响,实际上是通过受其他影响的很多因素来发生作用。

4 污泥膨胀的调控措施

4.1 应急调控措施

早期的污泥膨胀控制方法主要通过投加药剂等方法。第一类是通过增加絮体的比重,或者增加絮体的沉淀速度的方法,如投加硅藻土、粘土、厌氧污泥、金属盐类。此外还可以投加一些混凝剂也可以增加絮体比重,改善污泥沉降性能。第二类是采用无选择性的,对微生物有毒害作用的药剂或氧化剂。利用丝状菌的比

表面积大于菌胶团细菌;先将丝状菌毒害抑制其生长过程。而菌胶团细菌同样受到伤害,但伤害不大,不影响其正常的处理功能。具有代表性的是采用回流污泥加氯措施,投加量一般为 $2 \sim 10 \text{ kgCl}_2 / 1000 \text{ kg}$ 干污泥^[18]。既可以控制曝气池内的污泥膨胀,也可以对二级处理出水进行消毒,同时还使控制污泥膨胀所需要加氯量最少。

此类方法的优点是能够迅速有效地控制住污泥膨胀地发生和发展,但是停止加药后污泥膨胀重新产生。此类方法没有解决污泥膨胀的根本原因,治标不治本。需要对影响污泥膨胀的各种因素和丝状菌的生长特性进行透彻了解,才能对症下药,很好地控制污泥膨胀地发生。

4.2 环境调控措施

通过对污泥膨胀机理不断深入的研究和对丝状菌作用的进一步了解,对于污泥膨胀的控制方法也随之由简单的投药等方法发展到应用生态学的原理调节处理工艺运行条件及反应器内环境条件,通过协调菌胶团微生物与丝状菌的协调共生关系,从根本上消除污泥的丝状菌膨胀问题的综合控制方法。

环境调控控制法的基本着手点就是通过曝气池中生态环境的改变,造成有利于菌胶团细菌生长的环境条件,应用生物竞争的机制抑制丝状菌的过度生长和繁殖,将丝状菌控制在合理的范围内,从而控制污泥膨胀的发生。近几年得到充分发展的选择器理论就是运用这一概念。选择器是在曝气池之前或其前段特设的高有机负荷区(接触区),为菌胶团细菌提供高浓度的可吸收的溶解底物,以提高其摄取和贮存能力,使其在与丝状菌的竞争中处于优势地位。选择器可分为好氧选择器,缺氧选择器,厌氧选择器等形式。好氧选择器是利用动力学机理,即在生物反应器的入口处产生有利于菌胶团细菌生长的高底物浓度,而抑制丝状菌的生长。缺氧和厌氧选择器主要利用代谢选择机理(即通过控制选择器内终端电子受体来完成的),也涉及到动力学选择机理。

环境调控控制法还包括改变反应器的形式,将完全混合式曝气池改为推流式曝气池。连续进水改为间歇进水,如对食品加工废水,连续进水时,发生由于 *Sphaerotilus* (浮游分枝丝菌) 引起的污泥膨胀,当改为间歇进水时,该菌消失。至今分离出的所有的丝状微生物,几乎都不能在完全无分子氧的环境中吸收底物,这就导致选择了那些通过脱氮或生物除磷过程而利用底物的微生物,并在此过程中迅速增殖。因此生物脱氮、除磷和同时脱氮、除磷的 A/O、A²/O 系统也能有效的控制丝状菌污泥膨胀。

在曝气池首端加填料,使丝状菌固着于填料上,得到充分生长,但不进入活性污泥絮体中。菌胶团菌在后续曝气池中占主要地位,从而也可避免污泥膨胀的发生。

4.3 工艺运行调控措施

工艺运行调节控制措施用于运行控制不当产生的污泥膨胀。例如,由于污水“腐化”产生的污泥膨胀,可对已消化污水进行预曝气,或使下水道具有适当的坡度以防止污水长时间逗留,沉淀池中污泥应及时刮除;对氮磷等营养物质缺乏(工业废水)所引起的污泥膨胀,可及时补充投加尿素、铵盐、商业化肥等或使其与生活污水混合进行处理,使 N、P 含量控制在 BOD_5

$N/P = 100/5/1$ 左右。控制该情况下产生的污泥膨胀时,适当的增加污泥负荷(溶解氧充足),可加快污泥的恢复正常的速度。仅缺氮时,可从污泥消化池往曝气池投加高含氮污泥上清液;由于 DO 低导致的污泥膨胀,可以增加供氧来解决;由于 pH 太低导致的污泥膨胀可以调节进水水质或加强上游工业废水排放的管理;由于低负荷导致的污泥膨胀,可以在不降低处理功能和保证溶解氧充足的前提下,适当提高 F/M;对高负荷污泥膨胀,可射流曝气剪切丝状菌菌体,控制丝状菌污泥膨胀。有关研究表明,射流曝气对污泥膨胀的控制作用,不是由于射流过程中对絮体的切割,造成丝状菌长度的变化;而是由于射流过程中高的传质效率,提供了充足的溶解氧,在曝气池首端造成有利于菌胶团菌生长的条件,从而抑制了丝状菌的生长。

5 总结

随着实践的日益深入,人们对污泥膨胀这一问题的研究不断加深,并不断地有新的研究成果发表,但就污泥膨胀的原因这一问题,没有统一绝对的答案。许多研究者通过实验得出的结论不相一致甚至相反。在工程实际中,引发污泥膨胀的诱因不可能是单一的,只有分析其产生的主要原因,才能找到解决问题的关键办法。

参考文献:

- [1] 胡锋平,汪琳媛.对三峡库区区县污水处理工程建设若干问题的思考[J]重庆建筑大学学报,2001,(4):30-33.
- [2] 王凯军.活性污泥膨胀的机理与控制[M]北京:中国环境科学出版社,1992.
- [3] Peng Y Z, Gao C D, Wang S Y. Non-filamentous sludge bulking caused by a deficiency of nitrogen in industrial wastewater treatment[J] Water Science and Technology, 2003, 47(11): 289-295.
- [4] 周利,彭永臻,黄志,等.丝状菌污泥膨胀的影响因素与控

- 制 [J] 环境科学进展, 1999, 7(1): 88 - 93.
- [5] ECHEVERRIA E, SECO A, FERRER J. Study the factors affecting activated sludge settling in domestic wastewater treatment plants [J] Wat Sci tech 1992, 25(4 - 5): 273 - 279.
- [6] Novak L, Larrea L, Wanner J, Garcia - Heras JR. Non - filamentous activated sludge bulking caused by zoogloea [J] Water Science and Technology, 1994, 29(7): 301 - 304.
- [7] 高春娣, 彭永臻, 王淑莹, 等. 磷缺乏引起的非丝状菌活性污泥膨胀 [J] 环境科学学报, 2001, 22(6): 62 - 65.
- [8] 吉方英, 杨琴, 罗固源. 除磷脱氮 SBR 系统的污泥膨胀及其控制 [J] 中国给水排水, 2003, 19(5): 100 - 101.
- [9] 楼少华, 王涛, 邓荣森, 等. 实际运行中高粘性污泥膨胀及其控制 [J] 中国给水排水, 2004, 20(2): 63 - 66.
- [10] Peter F Stom, Peidi Hu. Effect of pH on fungal growth and bulking in laboratory - activated sludge [J] Research J. WPCF, 1991, 63(3): 276 - 277.
- [11] 田口广著 (孙玉修, 蔡汉弟译). 活性污泥膨胀与控制对策 [M] 北京: 中国建筑工业出版社, 1981.
- [12] 王凯军, 许晓鸣. 丝状菌污泥膨胀理论分析 [J] 中国给水排水, 2001, 17(3): 66 - 69.
- [13] Knoop S, Kunst S. Influence of temperature and sludge loading on activated sludge settling especially on Microthrix Parvicella [J] Water Science and technology 1998, 37(4, 5): 27 - 35.
- [14] Palm JIC, Jenkins D, Parker D S. Relationship between organic loading, dissolved oxygen concentration and sludge settleability. WPCF, 1980, 52(10): 2484 - 2506.
- [15] Sezgin M, Jenkins D, Parker D S. A unified theory of filamentous activated sludge bulking WPCF, 1978, 50(9): 362 - 381.
- [16] 陈滢, 彭永臻, 刘敏, 等. SBR 法处理生活污水时非丝状菌污泥膨胀的发生与控制 [J] 环境科学学报, 2005, 25(1): 105 - 108.
- [17] 钱易. 活性污泥沉降性能影响因素的研究环境工程科研论文汇编 [M] 北京: 清华大学出版社, 1984.
- [18] 陈丽梅, 许旭萍. 活性污泥膨胀的成因及控制措施的研究进展 [J] 福建轻纺, 2005, (2): 1 - 5.

(上接第 92 页)

4 结论

1) 建立合适的几何模型, 选用反映实际情况的边界条件, 采用标准双方程湍流模型进行模拟地铁岛式站台空调气流组织是可行的。

2) 设计中岛式站台采用的上送下排式通风方式能够提供良好的候车环境, 所形成的气流屏障阻止了列车顶部空调冷凝器产生的热量和列车制动、轨道摩擦产生的热量向站台板扩散。

3) 设计中岛式站台采用的上送下排式通风方式站台上的温度场、速度场分布是均匀的, 新风可以均匀的送到站台上; 在人群候车集中的区域, 速度变化不大, 乘客也没有吹风感, 速度场是令人满意的。

4) 应用 Fluent 公司推出的专业软件 Aipak2.1 模拟分析地铁岛式站台空调系统, 并对其进行优化设

计、模拟气流组织、评价热舒适等, 分析研究证明此预测方法是有效的, 验证和指导设计是切实可行的。

参考文献:

- [1] Parsons, Brinckerhoff, Quade, et al. Subway environmental simulation computer program [M] Part 1, Part 2. New York: Transit Development Corporation, 1975.
- [2] 欧阳仲志, 苗彦英. 地铁交通系统的环境控制和车辆空气调节 [J] 铁道学报, 1999, 81(1): 87 - 91.
- [3] 赵荣义, 范存养, 薛殿华, 等. 空气调节 [M] 北京: 中国建筑工业出版社, 1994.
- [4] GB50157 - 92, 地下铁道设计规范 [S].
- [5] (美) 帕坦卡 S V. 传热与流体流动的数值计算 [M] 北京: 科学出版社, 1984.
- [6] 陶文铨. 数值传热学 (第 2 版) [M] 西安: 西安交通大学出版社, 2001.