

饱和软土动力响应的弹粘塑性有限元分析

陈松¹, 刘占芳², 李思平²

(1. 南京水利科学研究院 材料结构研究所, 江苏南京 210024; 2. 重庆大学 资环学院工程力学系, 重庆 400044)

摘要:采用基于混合物理论的多孔介质模型, 将饱和软土的固体相视为弹粘塑性体, 建立了饱和软土的弹粘塑性模型。根据饱和软土两相多孔介质的控制场方程, 利用罚参数法和 Galerkin 加权残值法, 推导出饱和软土动力响应的有限元基本方程, 采用了 Hughes 隐式-显式的求解算法。通过相关理论编制了有限元程序, 模拟分析了桩基对饱和软土作用的动力响应, 指出了土动力响应的一些特点, 揭示了桩基对饱和软土作用的相关机理。

关键词:桩基; 饱和软土; 有限元; 多孔介质; 弹粘塑性

中图分类号: TU-856 文献标志码: A 文章编号: 1006-7329(2008)02-0057-04

Numerical Analysis on Dynamic Response of Saturated Elasto-viscoplastic Soft Clay

CHEN Song¹, LIU Zhan-fang², LI Si-ping²

(1. Materials & Structural Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China ; 2. Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: In the framework of porous media model developed from mixtures theories, Solid skeleton of soft clay was viewed as elasto-viscoplastic material, and an elasto-viscoplastic model of saturated soft clay was established. According on the model of saturated soft clay, the penalty finite element formulation was attained by using Galerkin weighted residual method, and an iterative scheme was designed to solve the nonlinear finite element system equations of saturated elasto-viscoplastic soft clay. Taking advantage of the theory above mentioned, we worked out the finite element program and analyzed dynamic response of saturated elasto-viscoplastic soft clay. Some characteristics of dynamic response of saturated soft clay were presented.

Key words: stake; saturated soft clay; FEM; porous media; elasto-viscoplasticity

我国软土分布广泛, 例如滨海平原、珠江三角洲、湖盆地周围、山间谷地等。在这些地区, 人们常会利用桩基础(简称桩基)支撑建筑结构物。由于软土的结构十分复杂, 在工程中常会遇到软土造成的各种工程问题。因此研究桩基对软土作用的力学性能十分重要。

饱和软土属于多孔介质中的一种, 传统的渗流理论来模拟软土的办法是假设流体流动的多孔介质骨架是完全刚性的, 即在孔隙流体压力变化过程中, 固体骨架不产生任何弹性或塑性变形, 这时可将渗流作为非耦合问题来研究。这种简化虽然可以得到问题的近似解, 但存在许多缺陷, 而且也不切合生产实际。近年来, 流固耦合问题越来越受到人们的重视, 因此本文从

力学角度出发考虑饱和软土的渗透率、空隙压力及液体流动特征等因素, 建立饱和软土流-固耦合作用的数学模型, 对相应问题进行理论分析和数值模拟研究, 揭示桩基对饱和软土作用的机理。

2 饱和软土两相多孔介质模型

多孔介质理论发展至今, 形成了 Biot 理论^[1]和基于混合物理论的现代多孔介质理论^{[2],[3]}。前者源于经验, 被广泛引用并成为后来众多研究结果的参考标准, 在多孔介质理论的发展史中具有重要地位; 后者建立于基于连续介质力学的混合物理论, 具有理论推导的严密性及物理和数学上的一致性, 受到了越来越多

* 收稿日期: 2007-12-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(10172098)

作者简介: 陈松(1980-), 男, 博士生, 主要从事水工结构等研究, (E-mail) chensong621002@163.com。

的重视。本文采用 Bowen 提出的基于混合物理论的不可压饱和多孔介质模型^[2],对饱和软土进行弹粘塑性的有限元分析。

1.1 控制场方程

采用宏观模型,不计具体固体土骨架的分布以及孔隙结构的几何特征,合理的假设相互结合的固液两组分均匀分散在整个控制空间中,且土颗粒与水微观不可压缩,忽略体力和孔隙液体的黏性,根据混合物理论可推得饱和软土两相多孔介质模型的控制场方程:

$$\nabla \cdot (\varphi^s \bar{u}^s + \varphi^f \bar{u}^f) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot T_e^s - \varphi^s \nabla p - \rho^s \bar{u}^s + \alpha_v (\bar{u}^f - \bar{u}^s) = 0 \quad (2)$$

$$- \varphi^f \nabla p - \rho^f \bar{u}^f - \alpha_v (\bar{u}^f - \bar{u}^s) = 0 \quad (3)$$

式中上标原点表示对时间求物质导数,用角标 α 表示土骨架($\alpha=s$)和孔隙液体($\alpha=f$), ∇ 为 Nabla 算符, u^α 为 α 组分的位移; ρ^α 为宏观密度($\rho^\alpha = \varphi^\alpha \rho^{\alpha R}$, $\rho^{\alpha R}$ 是相应组分的真实密度); φ^α 为体积分(满足饱和约束条件 $\varphi^s + \varphi^f = 1$), p 为孔隙压力, T_e^s 为土骨架有效应力张量, α_v 为扩散阻力系数,对于各向同性连续介质:

$$\alpha_v = \frac{(\varphi^f)^2 \rho^f g}{k^f} \quad (4)$$

式中的 k^f 是达西渗透系数, g 为重力加速度。

1.2 饱和软土弹粘塑性本构模型

将土骨架有效应力用列阵 σ_e 表示,则弹塑性饱和软土进入塑性后的应力应变关系用增量形式表示为:

$$d\sigma_e = D_{ep} d\epsilon \quad (5)$$

根据关联流动法则,利用工作强化假设,可以得到弹塑性应力应变关系矩阵:

$$D_{ep} = D - \frac{d_D d D^T}{H' + d D^T \alpha}; d_D = D \alpha \quad (6)$$

$$\alpha^T = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_z} \quad \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}} \quad \frac{\partial f}{\partial \tau_{zx}} \quad \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}} \right] \quad (7)$$

其中, D 为土骨架的弹性常数矩阵, H' 为强化参数, α 称为流动矢量, f 为后继屈服函数。

当选用 Drucker-Prager 屈服准则时,初始屈服函数为:

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - K \quad (8)$$

若选用 Mohr-Coulomb 屈服准则时,初始屈服函数为:

$$f = \frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) - c \cos \varphi \quad (9)$$

I_1 为应力张量第一不变量, J_2 、 J_3 分别为应力偏量的第二、第三不变量, α 和 K 为材料参数。

上述方程便定义了弹塑性本构模型,现在将其延伸到弹粘塑性本构模型。

选用 Duvaut 和 Lions 于 1972 年提出的模型^[4]来

确定粘塑性应变率:

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{1}{\eta} D^{-1} (\sigma - \bar{\sigma}) H(f(\sigma, \chi)) \quad (10)$$

$$\dot{\chi} = -\frac{1}{\eta} (\chi - \bar{\chi}) H(f(\sigma, \chi)) \quad (11)$$

式中, χ 为等效粘塑性应变,常数 η 称为松弛时间, $H(\cdot)$ 为 Heaviside 阶跃函数(当 $x > 0$ 时, $H(x) = 1$;否则 $H(x) = 0$), $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\chi}$ 分别为静力加载时的应力值和等效塑性应变。

应用 Bingham 模型^[5]应力率只由弹性应变率确定:

$$\dot{\sigma} = D \dot{\epsilon}^e \quad (12)$$

将固体骨架的应变 ϵ 分解为弹性分量 ϵ^e 和粘塑性分量 ϵ^{vp} 两部分,因此应变率可表示为:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{vp} \quad (13)$$

以上便是完成的弹粘塑性本构模型,其实质是通过松弛时间 η 来引入粘性效果。对方程(10)–(13)进行时间积分,就可以得到弹粘塑性应力的增量表达式,而且经简单分析可知,当松弛时间 η 取为无穷大或零时,上述弹粘塑性本构模型可分别退化为弹性模型和弹塑性模型。

2 饱和软土有限元方法

方程(1)–(3)再加上相应的初边值条件便构成了完整的多孔介质动力问题的控制方程。对此初边值问题,可采用 Galerkin 加权残值法推导有限元平衡方程。

在质量平衡方程(1)中引入一罚参数 β ,使其成为:

$$\nabla \cdot (\varphi^s \dot{u}^s + \varphi^f \dot{u}^f) + \frac{\beta}{\beta} = 0 \quad (14)$$

当 $\beta \rightarrow \infty$ 时,方程(15)与方程(1)等价。将方程(14)化为:

$$p = -\beta \nabla \cdot (\varphi^s \dot{u}^s + \varphi^f \dot{u}^f) \quad (15)$$

代入方程(2)和方程(3)中,可消去孔压 p 。再经过 Galerkin 加权残值法,并对各个量值进行空间离散,可得到饱和多孔介质动力响应的有限元单元平衡方程,进而对整个区域所有单元求和,就可以得到系统方程:

$$M \dot{u} + J \dot{u} + p = R \quad (16)$$

式中 M, J, P, R 分别为相应单元矩阵和向量的组集。

求解系统方程(16),就可以得到固体骨架和孔隙流体的位移场和速度场,孔隙压力可根据方程(15)计算,即为:

$$p = -\beta \nabla \cdot (\varphi^s \dot{u}^s + \varphi^f \dot{u}^f) = -\beta L B (\varphi^s \dot{u}^s + \varphi^f \dot{u}^f) \quad (17)$$

式中, $L=[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ 。

在算法中采用了 Hughes 提出的隐式—显式方法^[6],这种方法将隐式和显式算法结合起来可有效的解决算法选择的问题。通过上面介绍的理论和算法,编制了相应的饱和软土弹粘塑性分析程序,对桩基与饱和软土相互作用的力学问题计算模拟,得出相应的分析结果。

3 数值算例

为了使问题得到简化,因此主要考察桩基对饱和软土的作用的力学响应且考虑成平面应变问题。用位移和力的边界条件来代替桩基对饱和软土的作用,考虑到结构的对称性取一半来进行计算,饱和软土左右边界约束 x 方向位移,底边界约束 y 方向位移,上表面自由排水,桩基与饱和软土接触的表面受到向下作用的应力 q ,采用 Mohr-Coulomb 屈服准则相关参数选取见表 1^[7,8]。二维平面问题的有限元计算模型和加载形式分别参见图 1 和图 2。

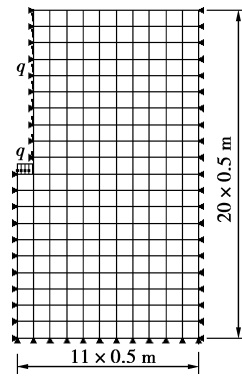


图 1 饱和软土有限元计算模型

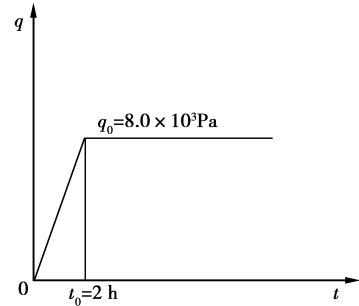


图 2 加载曲线

表 1 饱和软土的材料参数

固相密度 $\rho^s /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	液相密度 $\rho^l /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模量 $E /$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$)	泊松比 ν	孔隙率 $n /$ (%)	凝聚力 $C /$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$)	摩擦角 $\varphi /$ ($^\circ$)	渗透系数 $k /$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	松弛时间 $\eta /$ (s)
1 340.0	1 000.0	3 140.0	0.3	33.0	11	15.0	2.5×10^{-6}	0.1

经过有限元计算得知,在图 2 所示的加载情况下,经过 72 h 饱和软土的变形基本结束,72 h 后的网格变形图如图 3 所示。图 4 为孔隙液体的流场分布图,受到桩基摩擦作用的饱和软土左侧及压力作用的饱和软土左侧水平面因为力的作用而沉降,孔隙液体分别向左、向上流出,饱和软土上方无力作用的水平面由于固体骨架的膨胀,孔隙液体向坡内流动。同时,桩基作用的表面固体骨架变形较大,孔隙液体的流动速度也较大。

由上面图示可观察到通过以上理论推导并建立的弹粘塑性饱和软土动力问题有限元程序能够很好的模拟饱和软土的粘塑性特点。通过计算结果我们知道桩基侧面作用的饱和软土最先出现塑性变形,并在塑性区扩展过程中该处等效塑性应变保持最大,且在外载稳定后空隙液体的流动速度开始减慢,空隙压力开始消散,与实际情况相符合。通过以上结果能比较客观的证明我们选取的模型和编制的有限元程序的可靠性。

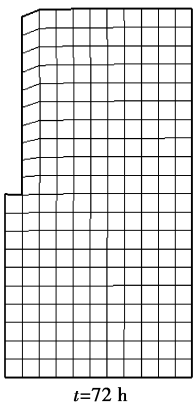


图 3 网格变形图($\times 100$)

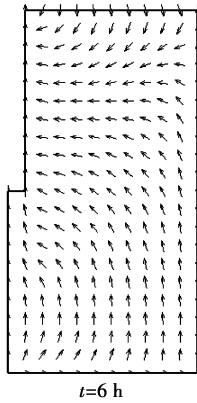


图 4 孔隙液体的流场

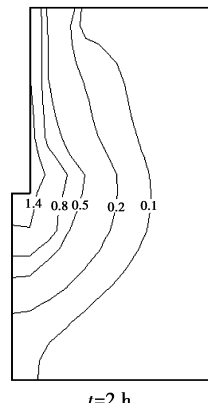
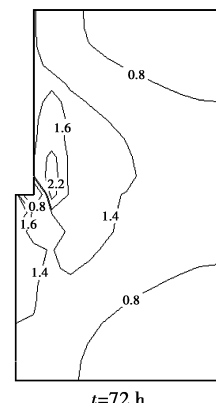
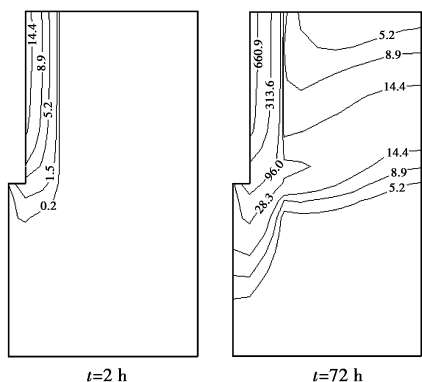
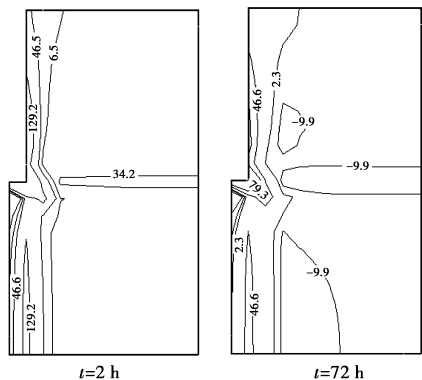


图 5 不同时刻的等效力分布($\times 10^3 \text{ Pa}$)



图6 不同时刻的等效塑性应变分布($\times 10^{-3}$)图7 不同时刻的空隙压力分布($\times 10^3$ Pa)

4 结 论

本文在基于混合物理论的多孔介质模型的理论框架内,将饱和软土视为弹粘塑性体,液体考虑为无黏性的理想流体。给出弹粘塑性饱和软土动力响应的控制场方程,然后通过 Galerkin 加权残值法推导得到了罚有限元

系统方程,并给出了系统方程的迭代求解方法,并讨论相关参数的确定。最后根据编制的弹粘塑性饱和软土动力问题有限元程序计算桩基对饱和软土作用的动力响应,指出了饱和软土动力响应的一些特点及机理。

参考文献:

- [1] Biot M A. The Theory of Propagation of Elastic in a Fluid-Saturated Porous Solid [J]. I. Acoust. Soc. Am. 1956, 28: 168-191.
- [2] Bowen R M. Incompressible Porous Media by Use of the Theory of Mixtures [J]. Int J Engng Sci, 1980, 18: 19-45.
- [3] Bowen R M. Compressible Porous Media by Use of the Theory of Mixtures [J]. Int J Engng Sci, 1982, 20: 19-45.
- [4] Duvaut G, Lions J L. Les Inequations en Mecanique et en Physique, Dunod[M], Paris, France. 1972. (In French)
- [5] 杨绪灿,杨桂通,徐秉业. 粘塑性力学概论[M]. 北京:中国铁道出版社. 1985.
- [6] Owen D R J, Hinton E. Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice [M]. Swansea, UK: Pineridge Press Limited, 1980.
- [7] 张延军,张延诘. 海积软土弹粘塑性 Biot 固结的数值分析 [J]. 吉林大学学报,2003,33(1):71-75.
ZHANG Yan-jun, ZHANG Yan-jie. The numerical analysis of elastic visco-plastic Biot consolidation to marine soft soil [J]. Journal of Jilin University, 2003,33(1):71-75.
- [8] 刘保国,乔春生. 岩体粘塑性模型参数的反分析[J]. 工程力学,2004,21(4):118-122.
LIU Bao-guo, QIAO Chun-sheng. Back analysis of viscoplastic model parameters of rock mass [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(4): 118-122.

(编辑 胡 玲)

(上接第 56 页)

参考文献:

- [1] 刘祖典. 黄土力学与工程[M]. 西安:陕西科学技术出版社,1996.
- [2] 陕西省公路勘察设计院. 铜川-黄陵一级公路水毁修复路段工程地质勘察报告[R]. 2003.
- [3] 孙建中,赵景波. 黄土高原第四系[M]. 北京:科学出版社,1991.
- [4] 党进谦. 非饱和黄土的结构强度及其应用[J]. 西北农业大学学报,1998,26(5):48-51.
DANG Jin-qian. Unsaturated loess structural strength and its application [J]. Northwest Agricultural University Journal, 1998, 26(5): 48-51.
- [5] 党进谦,李靖. 非饱和黄土的结构强度与抗剪强度[J]. 水利学报,2001(7):79-90.
DANG Jin-qian, LI Jing. Non-saturated loess intensity and the structure of shear strength[J]. Water Journal, 2001 (7): 79-90.
- [6] 沈珠江. 岩土破损力学:理想脆弹塑性模型[J]. 岩土工程学报,2003,25(3):253-257.
SHEN Zhen-jiang. Geotechnical mechanical damage: brittle ideal elasto-plastic model [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 253-257.
- [7] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩石力学与工程学报,2000,19(4):486-492.
QIN Si-qing. Model slope instability and chaos mutation mechanism[J]. Rock Mechanics and Engineering Journal, 2000, 19(4): 486-492.
- [8] 胡再强,沈珠江. 非饱和黄土的结构性研究[J]. 岩石力学与工程学报,2000,19(6):775-779
HU Zai-qiang, SHEN Zhu-jiang. Non-structural studies of saturated loess[J]. Rock Mechanics and Engineering Journal, 2000, 19(6):775-779.
- [9] 林斌,赵法锁. 黄土的损伤及其演化规律研究[J]. 安徽理工大学学报(自然科学版),2006,26(3):17-21.
LIN Bin, ZHAO Fa-suo. Loess and the Evolution of injury [J]. Journal of Anhui University of Science and Technology (Natural Science), 2006, 26(3): 17-21.

(编辑 王秀玲)