

# 公路隧道初期支护可靠度分析

曾杰<sup>1</sup>, 靳晓光<sup>1</sup>, 张永兴<sup>1</sup>, 高永<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院 重庆 400045; 2. 同济大学 土木工程学院 上海 200092)

**摘要:**在分析公路隧道初期支护可靠性方面,蒙特卡罗法具有较高的精度。由于工程结构破坏概率通常较小,这就要求采用蒙特卡罗方法时必须要有足够大的抽样模拟总数才能给出正确的估计,利用方差缩减技术中的对偶抽样技巧可以迅速的降低抽样模拟次数。基于有限元模拟中隧道初期支护极限状态的功能函数的分析,依据公路隧道设计规范,确定了初期支护可靠度分析的极限位移的功能函数。并且利用 APDL 语言,编制了调用 ANSYS 建模求解模块分析隧道可靠度的程序,基于对偶抽样蒙特卡罗有限元模拟分析了深埋隧道初期支护的可靠性。

**关键词:**公路隧道 初期支护 可靠度 蒙特卡罗 有限元

中图分类号:U451+.4 文献标志码:A 文章编号:1006-7329(2008)04-0078-04

## Reliability Analysis of Initial Support in a Highway Tunnel Based on the Monte Carlo Method

ZENG Jie<sup>1</sup>, JIN Xiao-guang<sup>1</sup>, ZHANG Yong-xing, GAO Yong<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045 P. R. China; 2. Tongji University, Shanghai 200092 P. R. China)

**Abstract:** The Monte Carlo Finite Element Method is superior to other methods when it is used to analyze the reliability of the initial support of a highway tunnel. A correct reliability index could be collected when an adequate number of samples is selected because the failure probabilities of engineering structures are usually very small. The amount of sampling could sharply decrease by using the dual sampling method. During the comparison, the supporting role exaggeration of the line element, which is used in the FEM model to simulate the initial lining and rock bolt, was found by FEM simulation. The lining element reaction forces which were greater than usual were reported in FEM analysis results. Deeply Buried Tunnel Reliability Analysis was developed on the platform of ANSYS.

**Key words:** highway tunnel, initial support, reliability, Monte Carlo Method, finite element method

地下结构是复杂的随机结构,在对其进行可靠性分析时,就需要采用有效的随机数值分析方法。在随机结构的数值方法中,随机有限元法由于概念清晰,适应性和通用性强,应用最为广泛。目前应用的结构随机分析的方法大致有<sup>[1-3]</sup>:纽曼(Neumann)随机有限元法,随机有限元-最大熵法,蒙特卡罗-有限元法,随机有限元响应面法,摄动随机有限元法等。

蒙特卡罗法又称为随机抽样法、概率模拟法或统计试验法,是通过随机模拟和统计试验来求解结构可靠性的近似数值方法<sup>[4-5]</sup>。蒙特卡罗方法无论状态函数是否线性,随机变量是否为正态分布,只要模拟的次

数足够多,就可得到一个比较精确的失效概率和可靠度指标。

在地下工程中,材料变异系数往往较大,与 JC 法计算的可靠指标相比,蒙特卡罗法得出的结果更为精确,另外蒙特卡罗法思路简单,易于编制程序。

### 1 蒙特卡罗法的数学模型

#### 1.1 蒙特卡罗法

工程结构的破坏概率可以表示为

$$p_f = P\{G(X) < 0\} = \int_{D_f} f(X) dX \quad (1)$$

\* 收稿日期:2008-01-16

基金项目:国家自然科学基金项目(50334060,50679097);重庆市自然科学基金项目(2006BB6167)

作者简介:曾杰(1981-),男,河南南阳人,重庆大学博士生,主要从事隧道稳定性研究。(E-mail)ponia001@163.com  
欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

式中,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  是具有  $n$  维随机变量的向量;  $f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是基本随机变量  $X$  的联合概率密度函数。

当采用蒙特卡罗法表示工程结构的破坏概率, 则式(1)为:

$$\hat{p}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[G(\hat{X}_i)] \quad (2)$$

式中,  $N$  为抽样总数; 当  $G(\hat{X}_i) < 0$  时,  $I[G(\hat{X}_i)] = 1$ , 反之,  $I[G(\hat{X}_i)] = 0$ ; 冠标“ $\hat{\cdot}$ ”表示抽样值。

式(2)的方差为:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \hat{p}_f(1 - \hat{p}_f) \quad (3)$$

当选取 95% 的置信度来保证蒙特卡罗法的抽样误差时, 有

$$|\hat{p}_f - p_f| \leq z_{\alpha/2} \cdot \hat{\sigma} = 2 \sqrt{\frac{\hat{p}_f(1 - \hat{p}_f)}{N}} \quad (4)$$

或者以相对误差  $\epsilon$  来表示, 有

$$\epsilon = \frac{|\hat{p}_f - p_f|}{p_f} < 2 \sqrt{\frac{1 - \hat{p}_f}{N \hat{p}_f}} \quad (5)$$

考虑到  $\hat{p}_f$  通常是一个小量, 则上式可以近似地表示为:

$$\epsilon = \frac{2}{\sqrt{N \hat{p}_f}} \text{ 或 } N = \frac{2}{\hat{p}_f \cdot \epsilon^2} \quad (6)$$

当给定  $\epsilon \leq 0.2$  时, 抽样数目  $N$  就必须满足

$$N \geq 100 / \hat{p}_f \quad (7)$$

这就意味着抽样数目  $N$  是与  $\hat{p}_f$  成反比; 当  $\hat{p}_f$  是一个小量, 即  $\hat{p}_f = 10^{-3}$  时,  $N = 10^5$  才能获得对  $\hat{p}_f$  的足够可靠的估计。而工程结构的破坏概率通常是较小的, 这就要求  $N$  必须要有足够大的数目才能给出正确的估计。很明显, 直接蒙特卡罗法是很难应用于实际的工程结构的可靠性分析之中, 只有利用方差减缩技术, 降低抽样模拟次数  $N$ , 才能使蒙特卡罗法在可靠性分析中得以应用。

抽样方差减缩技术中常用的有: 对偶抽样技巧, 条件期望抽样技巧, 重要抽样技巧, 分层抽样法, 控制变数法, 相关抽样法等, 本文采用较易编程实现的对偶抽样技巧。

### 1.2 对偶抽样技巧

假若  $U$  是一组  $[0, 1]$  区间内均匀分布的样本, 且相应的基本随机变量为  $X(U)$ ,  $X$  服从概率密度函数  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的分布, 于是, 也存在着  $I-U$  和  $X(I-U)$ , 并且与  $U$  和  $X(U)$  呈负相关, 那么工程结构的破坏概率的模拟估计为:

$$\hat{p}_f = \frac{1}{2} [\hat{p}_f(U) + \hat{p}_f(I-U)] \quad (8)$$

很明显, 式(8)是  $p_f$  的无偏估计, 且模拟估计的误差为

$$\text{Var}(\hat{p}_f) = \frac{1}{4} \{ \text{Var}[\hat{p}_f(U)] + \text{Var}[\hat{p}_f(I-U)] +$$

$$2\text{Cov}[\hat{p}_f(U), \hat{p}_f(I-U)] \} < \frac{1}{4} \{ \text{Var}[\hat{p}_f(U)] + \text{Var}[\hat{p}_f(I-U)] \} = \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 \quad (9)$$

其中,  $\hat{p}_f(U)$  与  $\hat{p}_f(I-U)$  呈负相关,  $\text{Cov}[\hat{p}_f(U), \hat{p}_f(I-U)] < 0$ 。可以看出: 模拟估计方差总是小于直接蒙特卡罗法的抽样方差, 对偶抽样技巧并不是改变原来的抽样模拟估计过程, 只是利用了抽样子样的负相关性, 使得抽样数目  $N$  得以减少。

在编制的蒙特卡罗随机有限元计算公路隧道可靠度计算程中, 利用对偶抽样技巧产生随机抽样点, 框图如图 1 所示。

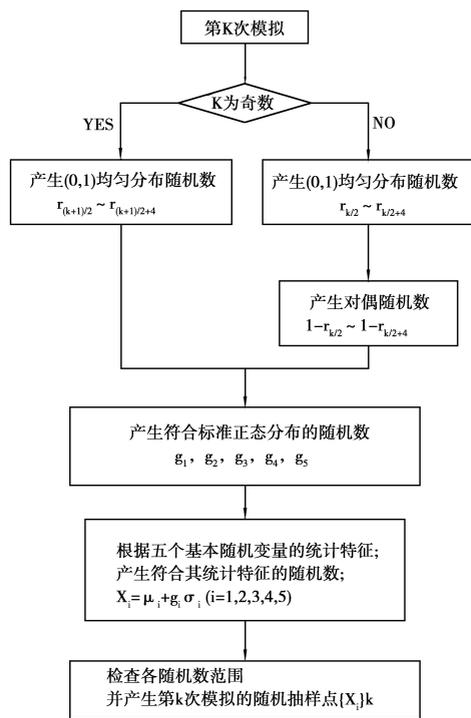


图 1 产生随机抽样点的程序

## 2 极限状态方程以及初期支护可靠度程序

### 2.1 极限状态方程

在采用有限元(ANSYS)进行分析时, 模型使用弹性的线状(梁、杆)单元模拟喷层和锚杆, 弹塑性的平面壳(块)体单元模拟围岩。在这两种单元节点位移耦合时, 由于喷层和锚杆单元为弹性工作状态, 而模拟围岩的块体单元为弹塑性工作状态, 喷层和锚杆的作用被夸大了很多, 喷层所受轴力和弯矩。锚杆所受轴力均比实际承载能力超出很多。所以在利用有限元分析初期支护可靠度时, 建立的喷层结构的极限状态建立的功能函数不能有效判断初期支护是否可靠。

根据文献<sup>[6-8]</sup>, 隧道稳定性可通过隧道位移来体现和判别。取有限元计算中上台阶开挖后到下台阶开挖并完成初期支护这个过程上的累计位移  $U$  与公路隧道设计规范(JTG D70—2004)规定的允许值  $U_{\max}$  (如表 1)

进行对比,建立初期支护结构的极限状态方程:

$$g = U - U_{max} \quad (10)$$

表 1 允许洞周水平相对收敛值 %

围岩级别	埋深 m		
	<50	50~300	>300
Ⅲ	0.10~0.30	0.20~0.50	0.40~1.20
Ⅳ	0.15~0.50	0.40~1.20	0.80~2.00
Ⅴ	0.20~0.80	0.60~1.60	1.00~3.00

注:水平相对收敛值系指收敛位移累计值与两测点间距离之比;硬质围岩隧道取表中较小值,软质围岩隧道取表中较大值;拱顶下沉允许值一般可按本表数值的 0.5~1.0 倍采用。

### 2.2 初期支护可靠度程序

基于蒙特卡罗法计算公路隧道初期支护可靠度的计算程序的编制思路如下:

第 1 步,确定基本随机变量及模拟次数  $N$ ,确定初期支护结构达到极限状态的判据;

第 2 步,对于第  $k$  次模拟,通过编制的生成随机数的程序产生对应各基本随机变量的随机数后组成第  $k$  个随机抽样点;

第 3 步,将随机抽样点数据作为初始条件,用 ANSYS 建立有限元计算模型并求解;

第 4 步,提取有限元计算结果,判断初期支护实施后初期支护的极限状态是否达到,并输出判断结果的值(失效输出 1,安全输出 0);

第 5 步,在  $N$  次模拟求解计算完成后,根据结果文件统计计算结构的失效概率;

第 6 步,根据公式(2)求出可靠指标。

## 3 实例分析

### 3.1 工程概况

通渝隧道位于四川盆地边缘的雪宝山区,属强烈切

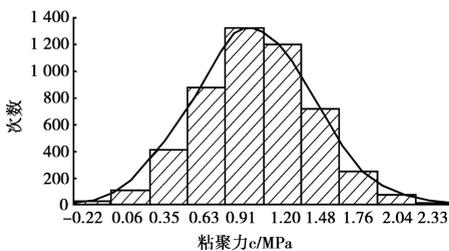


图 2 围岩粘聚力 5 000 次抽样统计直方图

可以看出,围岩弹性模量的 5 000 次随机抽样中,符合围岩弹性模量  $E_r$  和  $C$  的统计特征及分布类型的随机数序列中均有不符合实际情况的负值出现。为了避免计算中此类情况的出现导致计算不能正常进行,需要排除与工程实际不相符合的随机数。在所编制的蒙特卡罗有限元法计算程序中,结合的变异系数较大的实际情况,符合围岩弹性模量  $E_r$  和  $C$  的分布类型及统计特征的随机数的取值范围定为  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ ,随机数超出界限以外时,选取界限值。Ⅳ级围岩内摩擦角  $\phi$ ;喷层厚度  $D$ ,喷射混凝土弹性模量  $E_c$  的变异系

割的溶蚀高中山地形,山岭走向呈 NWW—SEE 向,与洞轴线 NNE—SSW 近于平行。隧道穿越寒武系—三叠系大冶组( $T_1d$ )及第四系松散层,岩溶发育,地质构造复杂。隧道内轮廓设计为曲墙半圆拱(马蹄形),半圆拱半径为 4.78 m,边墙半径为 9.56 m,隧道净空宽度为 9.15 m,隧道净空高度 6.98 m。分析断面岩性为志留系页、泥岩夹泥质砂岩,岩层节理较发育,层理发育,层间结合差~很差,岩体较破碎,属Ⅳ级围岩。隧道支护结构按新奥法原理进行设计,采用复合式衬砌,初期支护以锚杆+湿喷混凝土+钢筋网等为主要手段。

### 3.2 参数取值

在初期支护可靠性分析中,为了简化计算可将变异性相对较大的参数设置为随机变量;对变异性较小的参数,如围岩泊松比、喷射混凝土泊松比、隧道几何尺寸、洞内温度等按定值处理。根据文献<sup>[9-11]</sup>,选用基本随机变量有:Ⅳ级围岩弹性模量  $E_r$ ,粘聚力  $C$ ,内摩擦角  $\phi$ ;喷层厚度  $D$ ,喷射混凝土弹性模量  $E_c$ ,共五个参数作为基本随机变量,分布类型及其特征值见表 2。

表 2 Ⅳ级围岩初期支护各参数的变异系数及分布类型表

随机变量	变异系数	分布类型
围岩弹性模量 $E_r$	0.384	
粘聚力 $C$	0.414	
内摩擦角 $\phi$	0.08	正态分布
喷层厚度 $D$	0.1	
喷射混凝土弹性模量 $E_c$	0.099	

用 ANSYS 自带的编程语言 APDL 编制程序,产生 5 000 次符合围岩粘聚力和围岩弹性模量分布类型及统计特征的随机数,得到统计直方图(图 2、图 3)。

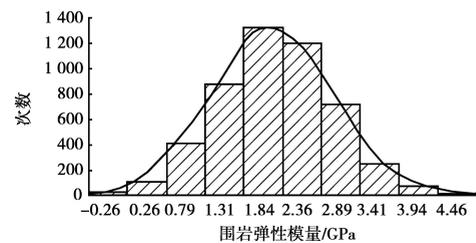


图 3 围岩弹性模量 5 000 次抽样统计直方图

数较小,在蒙特卡罗有限元法计算深埋隧道可靠度程序中,符合  $\phi$ 、 $D$ 、 $E_c$  的分布类型及统计特征的随机数的取值范围定为  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ ,随机数超出界限以外时,选取界限值。计算参数如下表:

表 3 有限元模拟采用的计算参数

项目名称	容重 kN/m <sup>3</sup>	弹性模量 GPa	泊松比	内聚力 MPa	内摩擦角 /(°)
围岩	27	2.0	0.301	1	34.2
喷层	24	25.0	0.166 7	1.8	52.64
锚杆	78.5	210.0			

### 3.3 分析结果

对 K22+630 断面,通过表 1 计算公路隧道设计规范(JTG D70—2004)允许的水平收敛值 90.72 mm~226.80 mm,拱顶下沉允许值 45.36 mm~226.80 mm。

进行 1 000 次随机有限元模拟计算<sup>[12]</sup>,得到计算结果统计分析如表 4 所示。水平收敛位移最大值为 141 mm,最小值为 20.8 mm;拱顶下沉位移最大值为 85 mm,最小值为 14.3 mm。可以看出,当取水平收敛极限位移  $UX_{\max}=130$  mm,拱顶下沉极限位移  $UY_{\max}=80$  mm 时,初期支护的可靠指标为 1.977;当取水平收敛极限位移  $UX_{\max}=140$  mm,拱顶下沉极限位移  $UY_{\max}=84$  mm 时,初期支护的可靠指标均大于 2.5。

表 4 1 000 次对偶抽样蒙特卡罗有限元模拟计算结果

水平收敛 位移 $UX/mm$	次数	可靠 指标	拱顶下沉 位移 $UY/mm$	次数	可靠 指标
<60	860	1.080	<40	887	1.211
<70	915	1.372	<45	918	1.392
<80	932	1.491	<50	935	1.514
<90	949	1.635	<55	949	1.635
<100	961	1.762	<60	960	1.751
<110	966	1.825	<70	968	1.852
<120	972	1.911	<75	974	1.943
<130	976	1.977	<80	976	1.977
<140	996	2.652	<84	994	2.512

## 4 结 论

1)介绍了蒙特卡罗随机有限元法的基本原理;分析了在蒙特卡罗模拟中,抽样方差减缩技术中的对偶抽样技巧;对偶抽样技巧与直接法相比,在模拟次数相同的情况下,可靠度计算结果的收敛较快,能够较好的提高模拟效率。

2)应用 ANSYS 的 APDL 语言,编写计算公路隧道初期支护可靠度程序,分析了 IV 级围岩断面初期支护的可靠度,结果显示可靠指标在 1.9~2.5 之间。

3)地下结构含有大量的随机性因素,在分析其作用效应时,必须采用随机分析方法。蒙特卡罗—随机有限元法是分析隧道初期支护作用效应的有效方法。

## 参考文献:

- [1] 崔海涛,温卫东. 随机有限元法及其工程应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2000, 32(1):91-98.  
CUI Hai-tao, WEN Wei-dong. Stochastic FEM and its applications in engineering[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics. 2000, 32(1):91-98.
- [2] 刘正兴,王劲松. 随机有限元在结构可靠性分析中的应用[J]. 上海交通大学学报, 1994, 28(1):32-39.  
LIU Zheng-xing, WANG Jin-song. An application of stochastic finite element in structural reliability analysis

[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1994, 28(1):32-39.

- [3] 高永. 深埋隧道初期支护可靠度研究[D]. 重庆:重庆大学, 2006.
- [4] 朱本仁. 蒙特卡罗方法引论[M]. 济南:山东大学出版社, 1987.
- [5] 吴世伟. 结构可靠性分析[M]. 北京:人民交通出版社, 1990.
- [6] 朱永信,张仙玲,朱永全. 隧道极限位移的随机计算模拟[J]. 石家庄铁道学院学报, 1999, 12(1):32-35.  
ZHU Yong-xin, ZHANG Xian-ling, ZHU Yong-quan. The random inanition calculation of tunnel limited displacement [J]. Journal of Shijiahzhuang Railway Institute, 1999, 12(1):32-35.
- [7] 赵万强. 隧道衬砌结构可靠性设计浅论[J]. 铁道工程学报, 2002(4):56-60.  
ZHAO Wan-qiang. Preliminary discussion on reliability design of tunnel lining structure[J]. Journal of Railway Engineering. 2002(4):56-60.
- [8] 朱永全,张素敏,景诗庭. 铁路隧道初期支护极限位移的意义及确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(9):1 594-1 598.  
ZHU Yong-quan, ZHANG Su-min, JING Shi-ting. Concept and determination of limit displacements of primary support system of railway tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(9):1 594-1 598.
- [9] 杨成永,张弥,白小亮. 隧道喷混凝土衬砌结构可靠度分析的位移方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 266-269.  
YANG Cheng-yong, ZHANG Mi, BAI Xiao-liang. Displacement-based method for reliability analysis of shoetree lining of tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(2): 266-269.
- [10] 靳晓光,李晓红,杨春和,等. 深埋隧道围岩-支护结构稳定性研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(9):1 473-1 476.  
JIN Xiao-guang, LI Xiao-hong, YANG Chun-he, et al. Stability of surrounding rock-supports structure of deep buried tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(9):1 473-1 476.
- [11] 宋玉香,刘勇,朱永全. 响应面方法在整体式隧道衬砌可靠性分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(11):1 847-1 851.  
SONG Yu-xiang, LIU Yong, ZHU Yong-quan. Application of response surface method to reliability analysis of monolithic lining of railway tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(11):1 847-1 851.

(编辑 陈蓉)