

挡土墙土压力非线性分布的计算方法研究

刘金龙¹, 陈陆望², 栾茂田³

(1. 合肥学院 建筑工程系, 合肥 230022; 2. 合肥工业大学 资源与环境工程学院, 合肥 230009; 3. 大连理工大学 土木水利学院 岩土工程研究所, 大连 116024)

摘要:基于数学方法对斜单元体进行力和力矩的平衡分析, 得到了墙背粗糙且填土坡面倾斜情况下的土压力解析解, 并进一步分析了填土坡面倾角对土压力的影响。对比分析表明: 经典朗肯土压力理论可看作是解析解在墙背光滑、填土坡面水平情况下的特例; 在填土内摩擦角一定时, 挡土墙墙后滑动楔体的极限破裂角随着填土坡面倾角或墙土之间摩擦角的增大而减小。基于解析解得到的土压力分布呈现明显的非线性特征, 且在填土面水平情况下挡土墙墙脚处的土压力为0, 这与实测数据取得了很好的一致。分析还表明, 随着填土坡面倾角的增大, 墙脚处的土压力不再接近0反而越来越大。文中的求解方法还可进一步拓展至探求填土为粘性土情况下挡土墙上土压力的解析解。

关键词:土力学; 土压力; 解析解; 非线性; 填土倾角; 破裂角

中图分类号: TU432 文献标志码: A 文章编号: 1006-7329(2008)04-0087-04

A Calculating Method of Non-Linear Earth Pressure Behind Retaining Walls

LIU Jin-long¹, CHEN Lu-wang², LUAN Mao-tian³

(1. Department of Civil Engineering, Hefei University, Hefei 230022, P. R. China; 2. School of Resource and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, P. R. China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, P. R. China)

Abstract: Based on equilibrium analysis of forces and moment with inclined soil element, an analytical solution of earth pressure with inclined surface of fill and rough retaining wall was proposed, and the influence of slope angle of fill on earth pressure also was discussed. It is shown that the classical Rankine's earth pressure theory is a special case of the analytical solution with horizontal surface of fill and a smooth retaining wall. The results also show that the limiting rupture angle of a sliding-wedge behind a retaining wall decreased with increasing slope angle of fill or friction angle between soil and a retaining wall, with the settled value of the internal friction angle of fill. The non-linear character of earth pressure exhibited distinctly for the earth pressure along a retaining wall was obtained by an analytical solution. The value of earth pressure is 0 at the toe of retaining wall, consistent with the testing results. In addition, the value of earth pressure at the toe of the retaining wall will increase rapidly with increasing slope angle of fill. The analytical solution of earth pressure behind a retaining wall with fill of clay soils can be further studied with the investigative method we developed.

Key words: soil mechanics; earth pressure; analytical solution; non-linear; slope angle of filling; rupture angle

挡土墙上土压力的计算是经典的土力学课题, 工程中通常采用朗肯土压力理论和库仑土压力理论来进行分析。朗肯土压力理论给出了挡土墙墙背竖直光滑且墙后填土表面为水平情况下的土压力计算公式, 基于该理论得到的土压力为线性分布; 库仑土压力理论建立了墙背倾斜粗糙且填土表面倾斜情况下的土压力合力, 并人为假定其分布为线性。然而, 大量室内试验和现场

观测数据表明, 挡土墙上的土压力为非线性分布^[1-6]。

为此, 许多学者对土压力的非线性分布进行了深入研究。李永刚等利用水平层分析法, 基于主应力拱的概念对墙背竖直且墙后填土水平情况下无粘性土的土压力分布进行了考察^[7]; 王元战等在对水平微分单元进行受力分析的基础上, 得到了土压力分布、土压力合力及其作用点位置的具体计算公式^[8-9]; 王仕传等应

* 收稿日期: 2007-12-25

基金项目: 安徽省高等学校省级自然科学基金项目(KJ2008B259); 合肥学院引进人才启动基金(RC027)

作者简介: 刘金龙(1974-), 男, 讲师, 工学博士, 主要从事岩土工程方面的教学与研究。(E-mail) alnile@163.com

欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

用水平条分法对曲面滑裂面下墙背直立刚性挡土墙上的非线性主动土压力分布进行了探讨^[10]。

然而,上述研究大多是针对挡土墙后填土坡面为水平面情况下开展的,而实际工程中经常出现挡土墙后填土面倾斜的情况。为此,本文对挡土墙后填土面倾斜情况下的土压力分布进行了考察,对挡土墙后土体按平行于填土坡面的方向划斜计算单元体,在对斜单元体进行力和力矩平衡分析的基础上,基于数学分析方法得到了墙后填土面倾斜且墙背粗糙情况下的土压力解析解,并进一步分析了土压力非线性分布的特征。对比分析表明,经典朗肯土压力理论是本文解析解在墙背光滑且墙后填土面为水平情况下的特例。对斜单元体进行受力分析的研究思想可为进一步考察

复杂情况下的土压力解析解提供一定的参考。

1 公式推导

假定墙背竖直且墙高 H , 墙土之间的摩擦角为 δ , 墙后无粘性填土坡面的倾角为 β , 墙后滑动楔体破坏时的破裂角为 θ , 填土坡面上受均布力 q_0 的作用, 如图 1(a) 所示。取土体计算单元 MNEF, 其中 $MN \parallel EF \parallel AB$, 该微元体受到的作用力有(见图 1(b)): 顶面的竖向压力 p_y , 底部的竖向反力 $p_y + dp_y$, 挡土墙的水平反力 p_x 及竖向摩擦力 $p_x \cdot \tan \delta$, 单元重力 dW , 滑裂面上的垂直压力 R 和平行滑裂面的摩擦力 $R \tan \varphi$ (φ 为填土内摩擦角)。

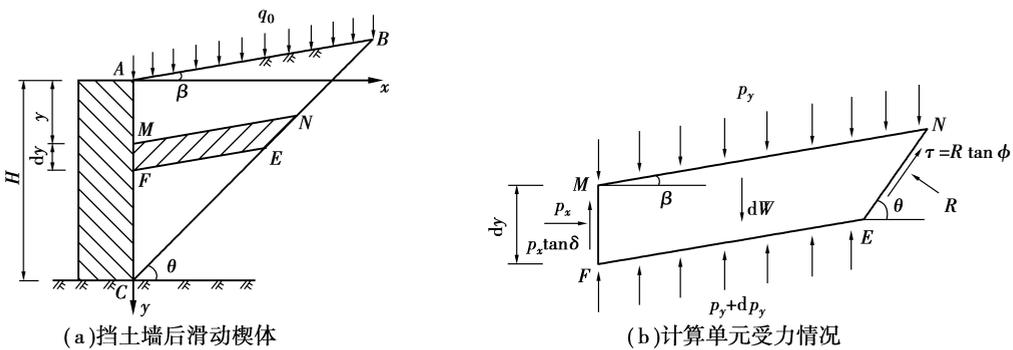


图 1 土压力计算简图

根据几何关系可得计算单元体边长: $\overline{MF} = dy$,

$$\overline{MN} = \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \beta)} (H - y), \quad \overline{NE} = \frac{\cos \beta}{\sin(\theta - \beta)} dy, \quad \overline{EF} = \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \beta)} (H - y - dy).$$

单元体自重近似看作 $dW \approx \gamma$

$\frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \beta)} (H - y) dy$, γ 为填土重度。

对计算微元体进行水平向和竖向受力平衡分析, 以及对 NE 中点的力矩平衡分析得:

$$p_x \sin(\theta - \beta) = R \cos \beta (\sin \theta - \tan \varphi \cos \theta) \quad (1)$$

$$\gamma(H - y) \cos \theta dy + p_y \cos \theta dy - dp_y (H - y) \cos \theta - p_x \tan \delta \sin(\theta - \beta) dy = R dy \cos \beta (\cos \theta + \tan \varphi \sin \theta) \quad (2)$$

$$- dp_y + \gamma dy + p_x \frac{2 dy \sin(\theta - \beta)}{(H - y) \cos \theta} (\tan \beta - \tan \delta) = 0 \quad (3)$$

以上各式消去 R , 经整理可得问题的控制方程:

$$\begin{cases} p_x = K p_y \\ \frac{dp_y}{dy} - \frac{\xi p_y}{H - y} = \gamma \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$K = \frac{\cos \theta (\sin \theta - \tan \varphi \cos \theta) / \sin(\theta - \beta)}{\cos \theta + \tan \varphi \sin \theta + (2 \tan \beta - \tan \delta) (\sin \theta - \tan \varphi \cos \theta)} \quad (5)$$

$$\xi = \frac{2(\tan \beta - \tan \delta) (\sin \theta - \tan \varphi \cos \theta)}{\cos \theta + \tan \varphi \sin \theta + (2 \tan \beta - \tan \delta) (\sin \theta - \tan \varphi \cos \theta)} \quad (6)$$

2 方程的求解

根据边界条件 $y=0$ 时 $p_y = q_0$, 基于控制方程式(4)可求得 p_y 表达式:

$$p_y = q_0 \left(\frac{H}{H - y} \right)^\xi + \gamma \frac{H^{\xi+1}}{(\xi + 1)(H - y)^\xi} + \gamma \frac{y - H}{\xi + 1} \quad (7)$$

进而得到挡土墙反力 p_x 表达式:

$$p_x = K q_0 \left(\frac{H}{H - y} \right)^\xi + K \gamma \frac{H^{\xi+1}}{(\xi + 1)(H - y)^\xi} + K \gamma \frac{y - H}{\xi + 1} \quad (8)$$

挡土墙上的水平向合力 E 为

$$E = \int_0^H p_x dy = \left(q_0 H + \frac{1}{2} \gamma H^2 \right) \frac{K}{1-\xi} \tag{9}$$

水平向合力 E 的作用点距墙底的距离 y_a 为

$$y_a = \frac{\int_0^H p_x (H-y) dy}{\int_0^H p_x dy} = \frac{2(1-\xi)(3q_0 + \gamma H)}{3(2-\xi)(2q_0 + \gamma H)} H \tag{10}$$

式(9)~(10)即为考虑墙背粗糙且填土坡面倾斜情况下的土压力解析解。可见,对于一个特定的挡土墙来说,土压力的水平合力 E 及其作用点距离 y_a 仅为破裂角 θ 的函数,对式(9)关于 θ 求导,并令

$$\frac{dE}{d\theta} = 0 \tag{11}$$

便可得水平合力 E 取最大值时的相应极限破裂角 θ_{cr} , 再将 θ_{cr} 代入式(9)~(10)即可求得考虑墙背粗糙且填土坡面倾斜情况下的土压力合力及其作用点位置。

特别地,当填土坡面倾角 $\beta=0$ 、墙土之间摩擦角 $\delta=0$ 、填土坡面均布力 $q_0=0$ 的情况下,根据式(5)、式(6)及式(9)得

$$E \Big|_{\beta=0, \delta=0, q_0=0} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\tan(\theta-\varphi)}{\tan \theta} \tag{12}$$

把式(12)代入式(11)可求得 $\theta_{cr} = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$, 再把 θ_{cr} 值代入式(9)~(10)进一步得到合力 E 及其作用点距离 y_a 的大小:

$$E \Big|_{\beta=0, \delta=0, q_0=0} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \tag{13}$$

$$y_a \Big|_{\beta=0, \delta=0, q_0=0} = \frac{1}{3} H \tag{14}$$

此即为朗肯主动土压力的表达式。可见,经典朗肯土压力理论可看作是本文提出的控制方程式(4)在墙背光滑、填土坡面为水平面且填土面不受均布荷载情况下的特例。

进一步对比分析还表明,王元战等^[8-9]基于水平微元体得到的土压力计算公式,也可看作是本文控制方程式(4)在不考虑填土面倾斜情况下的特例。

3 土压力的分布特征

在填土坡面倾角 $\beta \neq 0$ 且墙土之间摩擦角 $\delta \neq 0$ 的一般情况下,根据式(11)求极限破裂角 θ_{cr} 的过程较为复杂,为此作者编制了相关程序进行计算。图 2 给出了填土内摩擦角 $\varphi=30^\circ$ 时极限破裂角 θ_{cr} 与填土坡面倾角 β 之间的相互关系。可见,在 φ 一定时,极限破裂角 θ_{cr} 随着填土坡面倾角 β 或墙土之间摩擦角 δ 的增大而减小。

利用图 2 所得的极限破裂角 θ_{cr} 数值,代入式(5)和式(6)可得参数 K 和 ξ 具体值,再把 K 和 ξ 值代入式(8),即可得到一定条件下挡土墙上的水平向土压力

分布情况。在填土内摩擦角 $\varphi=30^\circ$ 、挡土墙墙高 $H=5\text{ m}$ 、填土重度 $\gamma=18.5\text{ kN/m}^3$ 且填土表面不受均布荷载的条件下,填土坡面倾角取 $\beta=0^\circ$ 和 $\beta=6^\circ$ 时的土压力分布分别见图 3 和图 4。由图可见,土压力的分布呈现明显的非线性特征,并在墙土之间摩擦角 $\delta \neq 0$ 的情况下挡土墙墙脚 ($H=5\text{ m}$ 处)的土压力减小至 0。前苏联学者肯坎年通过挡土墙模型试验表明^[6],挡土墙后的土压力分布呈曲线形分布,并在挡土墙墙脚处的土压力为 0。显然,本文的解析解结果与其试验取得了很好的一致(后文将进一步与实测数据对比分析)。特别地,当 $\beta=0$ 且 $\delta=0$ 情况下根据式(8)得到的土压力回归为朗肯土压力理论的结果,故该情况下的土压力为线性分布(见图 3)。

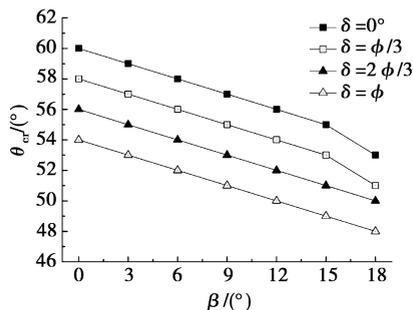


图 2 $\varphi=30^\circ$ 时极限破裂角 θ_{cr} 与 β 之间的相互关系

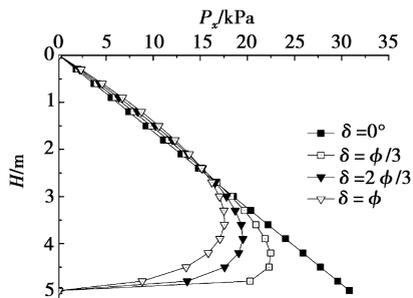


图 3 $\varphi=30^\circ$ 且 $\beta=0^\circ$ 时的土压力分布

利用前述计算条件,进一步得到了不同填土倾角情况下的土压力分布情况,见图 5。可见,随着填土坡面倾角 β 的增大,墙脚处的土压力不再接近 0 反而越来越大,如 $\beta=12^\circ$ 时的墙脚土压力数值已大于朗肯土压力理论的计算结果,这一点在以往的相关文献中较少被认识到。

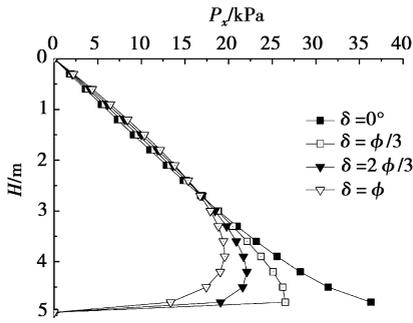


图 4 $\varphi=30^\circ$ 且 $\beta=6^\circ$ 时的土压力分布

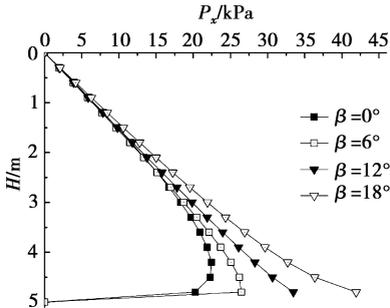


图 5 $\varphi=30^\circ$ 且 $\delta=10^\circ$ 时的土压力分布

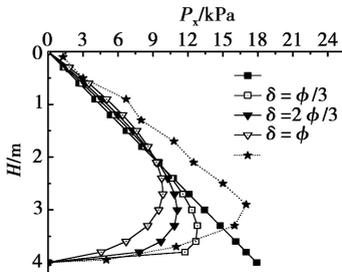


图 6 计算结果与试验数据的比较

4 算例分析

前苏联学者查嘎列尔在格鲁吉亚列宁工学院进行了挡土墙土压力试验研究^[6],试验条件为:挡土墙高 $H=4\text{ m}$,填土为内摩擦角 $\varphi=37^\circ$ 的海砂(视为无粘性土),其重度 $\gamma=18\text{ kN/m}^3$ 。利用本文计算方法得到的土压力分布与实测数据的对比见图 6。

由图 6 可见,利用本文计算方法得到的土压力分布形状及最大值分布区域与实测曲线较为接近。而经典朗肯土压力理论得到的结果与实测值相差较大。

5 结 语

1) 基于数学方法对斜单元体进行力和力矩平衡分析得到了土压力的解析解,对比分析表明,经典朗肯土压力理论可看作是本文解析解的一个特例;

2) 在填土内摩擦角 φ 一定时,挡土墙后滑动楔体的极限破裂角 θ_{cr} 随着填土坡面倾角 β 或墙土之间摩擦角 δ 的增大而减小;

3) 基于本文解析解得到的土压力分布呈现明显的非线性特征,在填土面水平情况下挡土墙脚处的土压力为 0,这与实测数据取得了很好的一致。随着

填土坡面倾角 β 的增大,墙脚处的土压力不再接近 0 反而越来越大。

基于本文的求解思想可进一步探讨填土为粘性土情况下的土压力解析解。

参考文献:

[1] TERZAGHI K. Large retaining wall test[J]. Pressure of Dry Sand Engineering News Record, 1934, 112(5): 136-140.

[2] RICHARD L HANDY. The arch in soil arching[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(3): 302-318.

[3] 何昌荣,陈群,富海鹰.两种支挡结构的实测和计算土压力[J].岩土工程学报,2001,22(1):55-60. HE Chang-rong, CHEN Qun, FU Hai-ying. Measurement and computation of earth pressures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 22(1): 55-60.

[4] 将忠信,将良潍.南昆铁路支挡结构主动土压力分布图式[J].岩石力学与工程学报,2005,24(6):1035-1040. JIANG Zhong-xin, JIANG Liang-wei. Distribution map forms of active earth pressure on retaining structures in Nanning-Kunming railway[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(6): 1035-1040.

[5] 顾慰慈.挡土墙土压力计算[M].北京:中国建材工业出版社,2001.

[6] 克列因.散粒体结构力学[M].陈万佳译.北京:人民交通出版社,1983.

[7] 李永刚,白鸿莉.垂直墙背挡土墙土压力分布研究[J].水利学报,2003(2):102-106. LI Yong-gang, BAI Hong-li. Study of earth pressure distribution on the retaining wall with vertical back[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(2): 102-106.

[8] WANG Yuan-zhan. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. Geotechnique, 2000, 50(1): 83-88.

[9] 王元战,李蔚,黄长虹.墙体绕基础转动情况下挡土墙主动土压力分布[J].岩土工程学报,2003,25(2):208-211. WANG Yuan-zhan, LI Wei, HUANG Chang-hong. Distribution of active earth pressure with wall movement of rotation about base[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(2): 208-211.

[10] 王仕传,凌建明.刚性挡土墙非线性主动土压力分析[J].地下空间与工程学报,2006,2(2):242-244. WANG Shi-chuan, LING Jian-ming. Nonlinear analysis of active earth pressure on a rigid retaining wall[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2006, 2(2): 242-244.

(编辑 王秀玲)