

改进的遗传算法求解固结系数

包 太¹, 刘新荣²

(1. 贵州大学 土木建筑工程学院, 贵州 贵阳 550003; 2. 重庆大学 土木学院, 重庆 400045)

摘 要: 基于太沙基一维固结理论, 根据遗传算法原理, 推导了固结系数与固结时间的参数关系, 为固结系数的求解提供了一种计算方法。该法避免了图解法的缺陷, 消除了时间对数法等计算方法由于需要确定沉降初始值的误差影响。求解中根据生物进化原理, 便于计算机数据处理。通过与现有方法比较, 发现该方法准确、可靠和简便, 可有效消除人为因素, 而取得较好的计算结果。

关键词: 固结系数; 遗传算法; 人为因素

中图分类号: TU411 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2009)01-0023-04

Consolidation Coefficient Evaluation Using an Improved Genetic Algorithm

BAO Tai¹, LIU Xin-rong²

(1. School of Civil Engineering & Architecture, Guizhou University, Guiyang 550003, P. R. China; 2. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: According to the one-dimensional Terzaghi's consolidation theory, the relationship between the consolidation coefficient and time is deduced based on a genetic algorithm (GA), which could be used to propose a new method for evaluating the analytical solution of the consolidation coefficient. This new method avoids the disadvantages of graphical methods and eliminates the influence of initial settlement and secondary consolidation. Simulation software can be used to process the original data based on the GA principle. Compared with other traditional methods, the new method can determine the consolidation coefficient in practice with high accuracy, reliability and convenience. In addition, the GA can diminish jamming and produce a precise result.

Key words: consolidation coefficient; Genetic Algorithm; jamming

固结系数 C_v 是太沙基 (Terzaghi) 一维固结理论的重要参数, 在实际工程中已广泛应用。目前由室内固结试验确定固结系数的方法中, 最早提出且应用最广泛的是时间平方根法和时间对数法^[1], 这两种方法均属作图法, 人为因素对于固结系数的计算影响较大。而三点法当采点不恰当时, 会使得固结系数计算出现较大的离散性^[2,3]。司各脱法是一种较好的计算方法^[4], 但是其本身也依赖于初值的准确性, 从而对于固结系数也有较大的影响。许多学者提出了许多的计算方法, 各种计算方法各有千

秋^[5-8]。根据遗传算法的特性, 采用改进的遗传算法来进行固结系数的计算, 可有效减小由于确定初始值而导致的计算上的偏差。

1 太沙基一维固结方程

根据太沙基一维固结理论, 任意时刻的固结度 $U(t)$:

$$U(t) = 1 - 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{M^2} e^{-M^2 \frac{c_v}{H^2} t} = \frac{r_0 - r_t}{r_0 - r_f} \quad (1)$$

式中: $M = (2k + 1)\pi/2$, $k = 0, 1, 2, \dots$; c_v 为固结系

收稿日期: 2008-10-08

基金项目: 贵州省教育厅自然科学研究项目 (黔教高发[2007]321 号)

作者简介: 包太 (1972-), 男, 贵州大学副教授, 博士后, 主要从事岩土力学与工程方面的研究, (E-mail) baotai@21cn.com。

数; t 为固结时间; H 为压缩层厚度; r_0 为固结初始值; r_f 为固结终值。

2 遗传算法分析

2.1 遗传算法原理

遗传算法是一类可用于复杂系统优化计算的鲁棒搜索算法^[9,10]。它是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局概率搜索算法,这一算法广泛应用于许多工程问题的优化,其计算过程如图 2 所示。遗传算法中,将许多复杂函数的 n 维待优化参数向量 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 用 n 个记号 $\mathbf{X}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 所组成的符号串 \mathbf{X} 来表示:即 $\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 \dots \mathbf{X}_n \Rightarrow \mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。把每个 \mathbf{X}_i 看作一个遗传基因所组成的染色体。一般情况下,染色体的长度 n 是固定的,但对某些问题 n 也可能是变化的。根据不同情况,这时的等位基因可以是一组整数,也可以是某一范围内的实数值。最简单的等位基因是 0 和 1 这两个整数组成的,相应的染色体就可以表示为一个二进制符号串。这种编码所形成的排列形式 \mathbf{X} 是个体的基因型,与它对应的 \mathbf{X} 值是个体的表现型。通常个体的基因型与表现型是一一对应的,但有时也允许基因型和表现型是多对一的关系。染色体 \mathbf{X} 也称为个体 \mathbf{X} , 对于每一个个体 \mathbf{X} 要按照一定的规定研究出其适应度。个体的适应度与其对应的个体表现型 \mathbf{X} 的目标函数值相关联, \mathbf{X} 越接近目标函数的最优点,其适应度越大,反之,其适应度越小。

2.2 改进遗传算法的构成

作为求解非凸、高度非线性的复杂函数最优化问题的拟牛顿方法最有代表性的算法之一, BFGS 方法以其完善的数学理论基础、采用不精确线性搜索时的超线性收敛性和处理实际问题的有效性而受到人们的重视^[11,12], 广泛应用于工程中常遇到的非凸、高度非线性的优化问题,该方法具有最速下降法计算简便的优点,又具有牛顿法收敛速度快的优点,而且不用计算二阶偏导数矩阵及其逆阵便可以构造出每次迭代的搜索方向。数值稳定性好,而且在使用不精确一维搜索时,也能证明它是超线性收敛的, BFGS 算法是目前最好的一种局部收敛算法(该方法在 1970 年由 Broyden, Fletcher, Goldfarb 和 Shanno 等人分别提出),该算法不直计算函数的 Hessian 矩阵,而是采用一阶梯度信息 $g = (\partial f / \partial x_1, \dots, \partial f / \partial x_n)^T$ 来构造一系列的 正定矩阵 B_k 来逼近 Hessian 矩阵 H_k 。因此根据 SGA(Simple Genetic Algorithms)算法的搜索效率偏低,易陷于局部最优

解的缺点,将 BFGS 算法作为一个与选择、交叉和变异平行的算子,嵌入到 SGA 中,对群体中的每个个体以 p_{BFGS} 的概率进行局部搜索(即以 p_{BFGS} 概率对群体中的每个个体进行选择,以被选择的个体作为初始点执行 BFGS 变尺度算法,从而有 $N_{\text{POP}} \times p_{\text{BFGS}}$ 个个体进行 BFGS 局部搜索),并经加速循环操作,从而可构建出复杂非线性函数最优化问题的一种新型混合遗传算法 UHSGA(Updated Hybrid Simple Genetic Algorithm)优化方法。混合加速遗传优化法构成示意如图 1 所示,图 2 为运算过程框图。

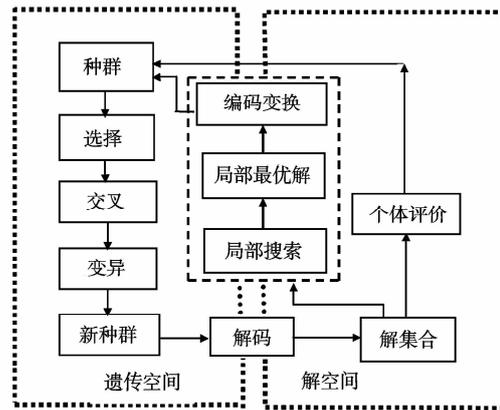


图 1 混合遗传算法构成示意图

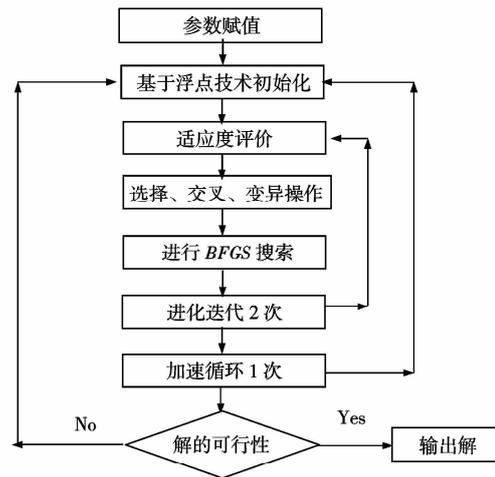


图 2 UHSGA 优化法运算流程图

2.3 目标函数的建立

设已知关系式的无约束非线性模型为:

$$Y = Y(X, x) \tag{2}$$

模型中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_k]$, 为待优化求解参数向量, k 为待优化参数总数; \mathbf{X} 为 N 维模型输入向量; \mathbf{Y} 为 M 维模型输出向量, 即 $\mathbf{Y}: R^N \rightarrow R^M$ 。若模型有 m 对 N 维输入向量 \mathbf{X} 对应的 M 维实测数据向量 \mathbf{Y}' , 则式(2)的参数求解问题可转化为一个有

约束条件的非线性模型参数的优化问题,即

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m \| Y_l - Y'_l \|^q = \sum_{l=1}^m \| f(X_l, x) - Y'_l \|^q \quad x_i \in [a_i, b_i] \quad (3)$$

式中: $\{(X_l, Y_l) \mid l = 1, 2, \dots, m\}$ 为模型的 m 对输入、输出数据向量; Y'_l 为 m 对模型输入向量 X_l 对应的实测数据向量; $\| \cdot \|$ 为取范数; q 为实常数,视实际优化问题的要求而定; a_i 和 b_i 分别为参数 x 的上下限, $i = 1, 2, \dots, k, k$ 为参数个数; $f(x)$ 为待优化参数的目标函数。

因此,根据公式 1,假设在压缩层厚度 H 已知的条件下,则 r_0, r_∞ 只与固结系数有关,则可以构造如下的优化参数^[8]:

$$r(X, x) = r_0 - (r_0 - r_\infty) \left(1 - 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{M^2} e^{-M^2 \frac{c_v}{H^2} t} \right) \quad (4)$$

模型中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_k] = [r_0, r_\infty, c_v], k = 3$, 为 3 个待优化求解参数向量; $X = [t]$ 为 N 维模型输入向量 ($N = 1$); r 为 M 维模型输出向量 ($M = 1$), 即 $Y: R^1 \rightarrow R^1$ 。若模型有 m 对 $N(N = 1)$ 维输入向量 X 对应的 $M(M = 1)$ 维实测数据向量 r_l , 则式 4 的参数求解问题可转化为一个非线性模型参数的优化问题。即:

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m \| r_l - r_d \|^q = \sum_{l=1}^m \| r_l(X_l, x_l) - r_d \|^q \quad x_i \in [a_i, b_i] \quad (5)$$

式中: $\{(X_l, r_l) \mid l = 1, 2, \dots, m\}$ 为模型的 m 对输入、输出数据向量; r_d 为 m 对模型输入向量 X_l 对应的实测数据向量; $\| \cdot \|$ 为取范数; q 为实常数,视实际优化问题的要求而定; a_i 和 b_i 分别为参数 x 的上下限, $i = 1, 2, \dots, k, k$ 为参数个数; $f(x)$ 为待优化参数的目标函数,因此,根据上述计算模型,就可以采用计算机编程对固结系数进行优化求解。

3 算法验证

根据文献[5] $r_t \sim t$ 试验数据(如表 1),组成 m 组 $t_l \sim r_{t_l}$ 数据组。令: $X_l = t_l, Y_l = r_l, Y'_l = r_d, x = [x_1, x_2, x_3] = [r_0, r_\infty, c_v]; X_l$ 为模型的 m 对一维模型输入向量, Y_l 为模型的 m 对一维模型输出向量, 即有 $f: R^1 \rightarrow R^1$; $\{(X_l = (t_l, r_{d,l}) \mid l = 1, 2, \dots, m\}$ 为模型的 m 对输入向量对应的输出数据向量(即固结过程中沉降量的计算值); $\{(Y_l = (t, r_d) \mid l = 1, 2, \dots, m\}$ 为模型的 m 对输入向量对应的实测数据向量。结合式 2、4、5,并取 $q = 1$, 则可构建如下固结过程中参数求解的优化准则函数 $f(x)$ 。

$$\min f(x) = \sum_{l=1}^m \| f(x, X_l) - Y'_l \|^q = \sum_{l=1}^m \| f((r_0, r_\infty, c_v), t) - r_d \|^q \quad (6)$$

以 Matlab 为计算平台进行了相应的计算程序的编制^[13,14,15],把表 1 所需的参数代入后其计算结果如表 2 所示,从表 2 可以看出,采用遗传算法可以大大加速数据的处理过程,计算结果准确、可靠和简便,可有效消除人为因素,而取得较好的计算结果。

表 1 计算数据

时间/s	15	60	198	240	540	630	1 200
读数/mm	2.025 0	1.953 0	1.840 0	1.815 0	1.700 0	1.660 0	1.615 0

表 2 不同优化方法计算固结系数结果对比

计算方法	$10^4 c_v / (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	r_0 / mm	r_f / mm	计算时间/s	绝对误差
最小二乘法	24.05	2.097 8	1.593 1	59	0.011 3
简单遗传算法	24.29	2.097 9	1.593 7	201	0.011 4
UHAGA 加速遗传算法	24.11	2.097 5	1.593 8	22	0.005 7
文献[5]结果(三点法)	24.7	2.097			
文献[5]结果(司各脱法)	24.7	2.097			
文献[5]结果(时间对数法)	22.7	2.10			
文献[5]结果(平方根法)	30.7	2.10			
文献[5]结果(反弯点法)	7.7				

备注:绝对误差 $\sigma_{\text{绝}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_p - x_i)^2}$

UHSGA 加速遗传算法(本文算法): $N_{\text{POP}} = 100, T_{\text{max}} = 50, \epsilon = 0.0001, p_c = 0.95, p_m = 0.015, P_{\text{BFGS}} = 1$
取值范围: $c_v \in (4 * 10^{-5}, 3) \text{cm}^2 / \text{s}, r_0 \in (2.5, 2.0) \text{mm}, r_f \in (1.0, 2.0) \text{mm}$ ^[2]

4 结 论

通过把目前较为先进的优化算法引入到固结系数的计算当中,同时以某实例对该算法进行了验证,得到了以下结论。

1)采用改进的遗传算法,可以有效消除人为因素在固结系数计算中的影响,提高了计算结果的精度。

2)采用改进的遗传算法,可以提高了计算的速度,可有效提高效率。

参考文献:

- [1] Engineering and design laboratory soils testing [S]. Department of tee army office of the chief of engineers change washington, D. C. 20314, 1980.
- [2] BRAJA M. DAS. Principles of foundation engineering [M]. 3rd ed. Pws publishing company, 1995.
- [3] COUR F R. Inflection point method for computing cv [J]. J Soil Mech Fdn Engng, ASCE, 1971, (1) : 827-831.
- [4] RONALD F. SCOTT. New method of consolidation coefficient evaluation[J]. Joural of the Soil Mechnaicals and Foundations Division Proceedings of the Americal in Society of Civil Engineers, 1961, 87(SM1)29-39.
- [5] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算[第二版][M]. 北京:水利电力出版社,1994.
- [6] 张仪萍,俞亚南,张土乔,等. 室内固结系数的一种推算方法[J]. 岩土工程学报,2002,24(5):616-618. ZHANG YIPING, YU YANAN, ZHANG TUQIAO, et al. A method for evaluating coefficient of consolidation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2002,24(5):616-618.
- [7] 谢新宇,张继发,曾国熙. 饱和土体一维主固结解析方法研究[J]. 浙江大学学报:工程版,2002,36(4):345-351. XIE XINYU, ZHANG JIFA, ZENG GUOXI. On the analytical method of one-dimensional primary consolidation for saturated soils [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2002,36(4):345-351.
- [8] 江刚. 遗传算法在固结系数计算中的应用[J]. 重庆建筑大学学报,2006,28(1):71-73. JIANG GANG. Genetic algorithm for the consolidation coefficient evaluation[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2006, 28(1):71-73.
- [9] 王小平,曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社,2002.
- [10] 陈国良. 遗传算法及其应用[M]. 北京:人民邮电出版社,1996.
- [11] 席少霖. 非线性最优化方法[M]. 北京:高等教育出版社,1992.
- [12] 胡毓达. 非线性规划[M]. 上海:高等教育出版社,1990.
- [13] 飞思科技产品研发中心. Matlab 6.5 辅助优化计算与设计[M]. 北京:电子工业出版社,2003.
- [14] WU HONGCI, HU XING, BAO TAI. Integrating GA with fuzzy rule-based system for site layout in building construction [J]. Journal of Guizhou University of Technology(Natural Science Edition), 2002,31(1):88-93.
- [15] 吴洪词,张小彬,包太. 边坡开挖步序的遗传算法排定[J]. 岩石力学与工程学报,1998,17(5):565-570. WU HONG-CI, ZHANG XIAO-BIN, BAO TAI. Excavation schedule determining for slope using genetic algorithms[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics And Engineering,1998,17(5):565-570.

(编辑 陈蓉)