2015 年 4 月

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2015.02.013



考虑隧底隆起斜坡段浅埋隧道稳定性上限分析

罗 伟^{1,2},赵炼恒²,李 亮²,陈静瑜^{1,2},唐高朋²

(1. 华东交通大学 轨道交通学院,南昌 330013;2. 中南大学 土木工程学院,长沙 410075)

摘 要:采用极限分析上限法,基于内外能耗守恒原理,通过构建考虑隧底隆起的斜坡地段浅埋隧 道破坏模式,推导出围岩压力的计算式,并通过典型算例重点分析了典型因素对隧道围岩稳定性的 影响。研究结果表明:基于泰沙基极限平衡法进行隧道围岩支护设计较为保守,不考虑隧底隆起的 极限分析方法次之考虑隧底隆起极限分析方法的风险最大;斜坡地表倾角增大对浅埋隧道稳定性 有着不可忽视的不利影响;围岩压力随岩土侧压力系数减小、埋深增大、断面尺寸加大而增大;岩土 黏聚力增大、内摩擦角增大对提高浅埋隧道围岩稳定性有积极作用。

关键词:浅埋隧道;围岩压力;极限分析上限法;破坏模式;隧底隆起;倾斜地表 中图分类号:U451 文献标志码:A 文章编号:1674-4764(2015)02-0079-06

Stability analysis on shallow tunnel with floor lift under inclined ground by upper bound method

Luo $Wei^{1,2}$, Zhao Lianheng^{2*}, Li Liang², Chen Jingyu^{1,2}, Tang Gaopeng²

School of Railway Tracks and Transportation, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China;
 School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, P. R. China)

Abstract:On the basis of the energy conservation principle between internal and external work, failure mode of shallow tunnel under inclined ground was established and the expression of surrounding rock pressure was drawn using the limit analysis upper bound method. The correlation factors was analyzed by the computation examples. This results showed that due to the conservative design on Terzaghi limiting equilibrium method of rock support system in tunnelling, the limit analysis method without considering floor lift is medium, while considering floor lift had the greatest risk. The increase in inclination angle of slope surface had adverse effect on the shallow tunnel stability and the surrounding rock pressure increased with the reduce of geotechnical lateral pressure coefficient, or the increase of the buried depth and tunnel

作者简介:罗 伟(1986-),男,博士,主要从事岩土工程稳定性分析研究,(E-mail)luoweicsu@126.com。

Author brief: Luo Wei(1986-), PhD, main research interest: stability analysis of geotechnical engineering, (E-mail)luoweicsu@126.com.

Zhao Lianheng (Corresponding author), postdoctor, associate professor, PhD supervisor, main research interests: road and railway engineering & geotechnical limit analysis, (E-mail)zlh8076@163.com.

收稿日期:2014-10-24

基金项目:中南大学研究生自主探索创新基金(2013zzts048);国家自然科学基金(51078359、51208522)

赵炼恒(通信作者),男,博士(后),副教授,博士生导师,(E-mail)zlh8076@163.com。

Received: 2014-10-24

Foundation item: Fundamental Research Funds for the Central Universities of Central South University (2013zzts048); National Natural Science Foundation of China (No. 51078359 and 51208522)

diameterLarger geotechnical cohesion force and friction angle were beneficial to improve the tunnel stability.

Key words:shallow tunnel; surrounding rock pressure; limit analysis upper bound method; failure mode; floor lift of tunnel; inclined ground

随着国民经济的快速发展,以及中国对民间资本参与交通基础设施建设事业支持力度的加大,陆路综合交通路网将进一步完善,不可避免地要在山岭地区修建公路、铁路。考虑到采取深挖高填路基破坏了景观环境,又容易存在边坡失稳、不均匀沉降等工程隐患,在进行相关工程设计时大多选用隧道形式穿越山岭地区。山岭隧道按埋深可分为深埋隧道和浅埋隧道。浅埋隧道的围岩强度相对较低,开挖后不易形成自然拱^[1-5],因此,分析研究浅埋隧道的围岩稳定性对确保隧道工程安全尤为重要。

极限分析法建立在虚功率原理基础上。虚功率 原理表明:对于理想的岩土体,任意一组静力容许的 应力场和任意一组机动容许位移速度场,外力的虚 功率等于物体所能接受的虚变形功率。在虚功率原 理的基础上可推导出上限定理为:在所有的机动容 许的塑性变形速度场相对应的荷载中,极限荷载最 小^[2]。

对于浅埋隧道稳定性问题,采用极限分析方法进 行分析计算是有效的手段之一,该法具有严格的理论 基础,又巧妙地避开了岩土材料复杂的本构关系。纵 观国内外学者在浅埋隧道稳定性分析领域研究进展, 除了与有限元相结合的极限分析法不断改进外,传统 的刚性滑块极限分析上限法也在日趋完善。

Atkinson 等^[6]采用极限分析法和模型试验对 无黏性土浅埋隧道稳定性进行了分析。Kentaro 等[7-8]结合极限分析刚体上限法和有限元法对水平 地表下矩形、圆形浅埋隧道稳定性进行了深入研究。 Davis E H 等^[9]基于极限分析上限定理,归纳总结 4 种破坏模式,探讨了不排水条件下的黏性土浅埋隧 道围岩稳定性。姜功良等[10]根据极限分析上限法, 应用拉格朗日增项优化原理及有限元法对水平地表 下浅埋软土隧道的稳定性进行了计算分析。杨小礼 等[11-12]利用极限分析上限法,基于非线性破坏准则, 推导出泰沙基破坏模式下的水平地表下浅埋隧道围 岩压力计算式,并对围岩压力上限解进行了优化计 算。赵炼恒等[13-15]运用极限分析上限法,结合非关 联流动准则和强度折减法,系统分析了浅埋隧道稳 定性。杨峰等[16]构建了两种水平地表下浅埋隧道 围岩刚体平动破坏模式,应用极限分析上限定理推 导了围岩压力的理论计算公式,并运用 Matlab 软件 对计算结果进行优化。伍良波等^[17]基于线性破坏 准则,采用极限分析上限法推导出浅埋隧道围岩压 力和稳定系数计算式,分析了不同埋深比下浅埋隧 道稳定性。

以上浅埋隧道稳定性研究大都基于水平地表, 然而,在实际工程中,坡体地表大都倾斜,因而极限 分析方法在斜坡地段浅埋隧道稳定性研究方面尚待 完善。本文借鉴泰沙基破坏模式,考虑坡体地表倾 斜和隧底隆起,运用极限分析上限定理,结合线性摩 尔-库伦(Mohr-Coulomb)准则,推导斜坡地段浅埋 隧道围岩压力q计算式,采用 Matlab 软件编程优化 得到其上限解,并通过工程算例分析典型影响因素 对斜坡地段浅埋隧道稳定性的影响。

1 破坏基本原理与计算条件

在工程实践中,浅埋隧道埋深不大,围岩风化程度大多较高,岩土体松散破碎,强度参数相应较低。 假设土工试验数据表明岩土体破坏时的剪切强度与 法向应力呈较好线性关系,则岩土体服从线性摩尔-库伦(Mohr-Coulomb)准则:

 $\tau = c + \sigma \tan \varphi$ (1) 式中: τ,σ 分别为作用于屈服面上的剪应力和正应 力;c为黏聚力; φ 为内摩擦角。

1.1 破坏模式与速度场

为提高有限浅层地下空间利用率,矩形或类似 矩形断面在过街人行通道、地下商业街和地铁等城 市地下空间开发利用中也较为常见。已有科研成果 表明:采用极限分析上限法进行斜坡地段浅埋隧道 围岩压力的分析计算时需作如下假设:

1)隧道围岩稳定性简化为平面应变问题来进行 分析;

2)不考虑岩土体材料的剪胀效应;

3)将隧洞断面形状简化成矩形进行计算;

4)隧道拱顶、隧底和边墙围岩压力分别简化为 线性均布荷载 q'、q和 e。其中:令 $q' = \mu \cdot q, \mu$ 为竖 直向下支护反力与竖直向上支护反力的比值,计算 取 $\mu = 1; e = K \cdot q, K$ 为待定侧向系数。

理论分析、实验例证和工程应用结果均已表明, 泰沙基(K. Terzaghi)基于极限平衡法计算隧道围 岩压力采用的破坏模式具有广泛的适用性。借鉴该

80

经典研究成果,并考虑隧底隆起和地表倾斜影响,对 浅埋隧道破坏模式进行了改进。本文构建考虑隧底 隆起和地表倾斜影响的破坏模式及刚性块体速度矢 量关系如图1所示。

罗



图 1 浅埋隧道的破坏模式和速度矢量图 Fig. 1 Failure mode and velocity vector diagrams of shallow tunnel

浅埋隧道出现破坏时,令区域刚体 ABEGE'B'A'FA 的运动速度为 $v_0(v_0 = 1.0)$,根据刚性块体运 动许可条件,可求得各速度矢量(见图 1)间的闭合 三角关系方程如下:

$$v_{1} = \frac{v_{0}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{2} - \theta_{3} - \theta_{4} - 2\varphi\right)} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \delta + \theta_{4} + 2\varphi - \theta_{5}\right)$$
(2)

$$v_{\scriptscriptstyle 01} = rac{v_{\scriptscriptstyle 0}}{\sinigl(rac{\pi}{2}+ heta_2- heta_3- heta_4-2arphiigr)}ullet\sin(heta_3+ heta_5- heta_5)$$

$$(\delta - \theta_2)$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin(\pi - \theta_1 - \theta_2 - 2\varphi)} \cdot \sin(\theta_3 + 2\varphi) \quad (4)$$

$$v_{12} = \frac{v_1}{\sin(\pi - \theta_1 - \theta_2 - 2\varphi)} \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2 - \theta_3)$$
(5)

$${v'}_1=rac{v_0}{\sin\Bigl(rac{\pi}{2}+{ heta'}_2-{ heta'}_3-{ heta'}_4-2arphi\Bigr)}ullet$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\varphi + \theta'_{4} - \theta'_{5} - \delta\right) \tag{6}$$

$$v_{_{01}}{'}=rac{v_{_{0}}}{\sin \Bigl(rac{\pi}{2}+{ heta'}_{_{2}}-{ heta'}_{_{3}}-{ heta'}_{_{4}}-2arphi \Bigr)}ullet \sin ({ heta'}_{_{3}}+{ heta'}_{_{2}}-{ heta'}_{_{3}}-{ heta'}_{_{4}}-2arphi \Bigr)$$

$$\theta'_{5} + \delta - \theta'_{2} \tag{7}$$

$$v_{2}' = \frac{v_{1}}{\sin(\pi - \theta_{1}' - \theta_{2}' - 2\varphi)} \cdot \sin(\theta_{3}' + 2\varphi)$$
(8)

$$v_{12}' = \frac{v'_1}{\sin(\pi - \theta'_1 - \theta'_2 - 2\varphi)} \cdot \sin(\theta'_1 + \theta'_2 - \theta'_3)$$
(9)

1.2 几何参数计算

根据浅埋隧道的破坏模式和速度矢量图(图 1) 所示的几何关系,令斜坡倾角为 δ ,DE=D'E'=h, GF=H,EG=E'G=DH=D'H= $\frac{h}{2}$,取 \angle CHD= θ_1 , \angle CDH= θ_2 , \angle BCD= θ_3 , \angle BED= θ_4 , \angle BAA'= θ_5 , \angle C'HD'= θ'_1 , \angle C'D'H= θ'_2 , \angle B'C'D'= θ'_3 , \angle B'E'D'= θ'_4 , \angle B'A'A= θ'_5 ,根据三角形正弦定理、 余弦定理和面积公式可计算得出各线段长度和刚性滑 块面积计算公式,由于推导过程较为繁琐,本文从略。

2 隧道围岩压力计算

外功率包括重力功率与支护反力做功计算,内 部能耗功率为各速度间断线能量耗散之和,根据外 力做功和内部能耗守恒原理,即可推导得出隧道极 限围岩压力计算式。

2.1 外力做功的计算

浅埋隧道发生失稳破坏时,外力功率 \dot{W}_{\Re} 包括 岩土体滑块 ABEGE'B'A'FA 重力功率 \dot{W}_{1} 、滑块 BCDE 重力功率 \dot{W}_{2} 、滑块 CDH 重力功率 \dot{W}_{3} 、滑块 B'C'D'E'重力功率 \dot{W}_{4} 、滑块 C'D'H 重力功率 \dot{W}_{5} 、 竖直方向支护反力 q 功率 \dot{W}_{6} 和水平方向支护反力 e 功率 \dot{W}_{7} ,计算公式如下:

$$\dot{W}_{rak{H}} = \sum_{i=1}^{n} \dot{W}_{i} = \left[\mathbf{\gamma} \cdot v_{0} \cdot \cos(\pi/2 + \varphi - \delta - \theta'_{5}) \cdot \mathbf{v}_{0} \right]$$

 $S_{ABEGE'B'A'FA} + \gamma \cdot v_1 \cdot \cos(\pi/2 + \varphi + \theta_3 - \theta_2) \cdot S_{BCDE} + \gamma \cdot v_2 \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1 - \varphi) \cdot S_{CDH} + \gamma \cdot v_1' \cdot \cos(\pi/2 + \varphi + \theta_3' - \theta_2') \cdot S_{BCC'D'E'} + \gamma \cdot v_2' \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1' - \varphi) \cdot S_{C'D'H} - q \cdot v_0 \cdot \cos(\theta_5 - \delta - \varphi - \pi/2) \cdot h - q' \cdot v_2 \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1' - \varphi) \cdot h/2 - q' \cdot v_2' \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1' - \varphi) \cdot h/2 - q' \cdot v_2' \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1' - \varphi) \cdot h/2 - q' \cdot v_2' \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1' - \varphi) \cdot h/2 - e \cdot v_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3 - \varphi) \cdot h - e \cdot v_1' \cdot \cos(\theta_2' - \theta_3' - \varphi) \cdot h]$ (10) $\vec{x} \oplus : n = 7_{0}$

2.2 内部能耗的计算

3)

浅埋隧道发生破坏时,内部能耗功率 \dot{W}_{PA} 等于 速度间断线 AB、BE、BC、CD、CH、A'B'、B'E'、B'C'、B'D'和C'H上的能量耗散之和,计算公式如下:

 $\dot{W}_{t^{A}} = c \cdot \cos\varphi \cdot (v_{0} \cdot l_{AB} + v_{01} \cdot l_{BE} + v_{1} \cdot l_{BC} + v_{12} \cdot l_{CD} + v_{2} \cdot l_{CH} + v_{0} \cdot l_{A'B'} + v'_{01} \cdot l_{BE'} + v'_{1} \cdot l_{B'C'} + v'_{12} \cdot l_{CD'} + v'_{2} \cdot l_{CH'})$ (11)

2.3 围岩压力 q 的计算

根据虚功率原理,外力做功与内部耗散能相等,

82

2.4 Matlab 优化

由于各速度矢量间夹角必须大于零,则可得到

对应本文考虑隧底隆起浅埋矩形隧破坏模式的约束 条件,具体如下:

$$\begin{cases} \theta_{1} + \theta_{2} < \pi - 2\varphi, \theta_{1} + \theta_{2} - \theta_{3} < \pi, \theta_{3} - \theta_{2} + \theta_{5} < \pi + \delta, \\ \theta_{2} - \theta_{3} - \theta_{4} < \pi/2 + 2\varphi, \theta_{4} - \theta_{5} < \pi/2 - \delta - 2\varphi, \\ \theta'_{1} + \theta'_{2} < \pi - 2\varphi, \theta'_{1} + \theta'_{2} - \theta'_{3} < \pi, \theta'_{3} - \theta'_{2} + \theta'_{5} < \pi - \delta, \\ \theta'_{2} - \theta'_{3} - \theta'_{4} < \pi/2 + 2\varphi, \theta'_{4} - \theta'_{5} < \pi/2 + \delta - 2\varphi, \end{cases}$$
(13)

依照上限定理,满足运动许可条件的最大围岩 压力值即为该破坏模式下的最优解。因此,极限围 岩压力值的计算可通过以下过程实现:在满足破坏 模式的约束条件下,选定一组较为稳定的初值,然 后,不断调整变化任意($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \theta'_4, \theta'_5$)数据,直至最大围岩压力值出现。此时,极 限围岩压力值也就是浅埋矩形隧道在考虑隧底隆起 破坏模式下的上限解。上述计算可通过计算机编 程,运用 Matlab 软件内置优化工具箱中的 Fmincon 函数实现^[18]。

3 隧道围岩稳定性算例分析

3.1 与已有研究成果对比

取隧道埋深 H=20 m,隧道跨度 h=10 m,围岩 容重 $\gamma=20$ kN/m³,黏聚力 c=10 kPa,內摩擦角 $\varphi=$ 18°,令斜坡地表倾斜角度 $\delta=0^{\circ}$,岩土侧压力系数 K=1.2、1.0、0.8、0.6,本文方法的围岩压力 q 值计 算结果与参考文献[13]和[11-12]中的计算结果进 行比较分析,结果见表 1。

表 1 浅埋隧道围岩压力计算结果比较分析

泰沙基法			极限分析上限法			
			文献[13]			本文计算结果
又歌[13]	× ∧ 13 」 ↑ × ∧ 11-12 」			模式 B	— 又厭[11-12]	考虑隧底隆起,取δ=0°
K_0	q_0/kPa	Κ	q/kPa	q/kPa	q/kPa	q/kPa
1.6	258.7	1.2	147.7	158.5	141.8	132.7
1.4	270.9	1.0	169.3	175.7	161.9	150.4
1.2	283.9	0.8	199.1	201.1	189.2	174.0
1.0	297.9	0.6	243.2	243.0	229.0	207.2

Table 1 Comparative analysis on calculation results to the surrounding rock pressure of shallow tunnel

由表1可知,运用本文浅埋隧道围岩压力计算 公式,斜坡地表倾角取δ=0°,可将其退化为水平地 表与已有研究成果进行比较验证,分析结果表明:本 文计算结果与已有极限分析计算结果基本吻合,验 证了本文计算方法的正确性和有效性;基于泰沙基 极限平衡法计算所得浅埋隧道围岩压力最大,不考 虑隧底隆起的极限分析方法次之,本文考虑隧底隆 起极限分析方法最小。因此,在进行隧道围岩支护 设计时,采用泰沙基极限平衡法最为保守,而采用本 文考虑隧底隆起的极限分析方法相对经济。

3.2 地表倾斜和岩土侧压力系数的影响

取隧道埋深 H=20 m,隧道跨度 h=10 m,围岩

第2期

容重 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, 黏聚力 c = 10 kPa, 内摩擦角 $\varphi = 18^\circ$, 令岩土侧压力系数 K = 0.6、0.8、1.0、1.2, 斜坡 地表倾角 $\delta = 0 \sim 50^\circ$, 浅埋隧道围岩压力变化如图 2 所示。





由图 2 可知,隧道埋深和断面尺寸确定时,浅埋 隧道围岩压力 q 随着岩土侧压力相关系数 K 的增 大而显著减小,即浅埋隧道稳定性随隧道两侧支护 结构所做功率的增大而提高,符合工程实际,进一步 验证了本文破坏模式和计算方法的可靠性。同时, 随着斜坡地表倾角增大,浅埋隧道围岩压力 q 非线 性增大,即维持隧道稳定所需围岩支护力增加。因 此,在工程实践中,忽视地表倾斜对浅埋隧道围岩压 力的影响,粗略地将倾斜地表简化为水平面,容易导 致围岩支护不足的不良后果。

3.3 埋深和断面尺寸的影响

取围岩容重 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$,黏聚力 c = 10 kPa, 内摩擦角 $\varphi = 18^\circ$,岩土侧压力系数 K = 1.0,斜坡地 表倾斜角度 $\delta = 15^\circ$,令隧道跨度 h = 8、9、10、11 m, 隧道埋深 $H = 14 \sim 20 \text{ m}$,浅埋隧道围岩压力变化如 图 3 所示。

由图 3 可知,当其他参数确定时,随着浅埋隧道 埋深增大、断面尺寸加大,浅埋隧道围岩压力 q 将非 线性增大,而实际工程中,隧道断面尺寸大都确定, 因而,在隧道工程设计和施工过程中应重点关注隧 道埋深变化对浅埋隧道稳定性的显著影响。

3.4 岩土抗剪强度参数 (c, φ) 的影响

取隧道埋深 H=20 m,隧道跨度 h=10 m,围岩 容重 $\gamma=20$ kN/m³,岩土侧压力系数 K=1.0,斜坡 地表倾斜角度 $\delta=15^{\circ}$,黏聚力 c=5、10、15、20 kPa, 内摩擦角 $\varphi=6\sim18^{\circ}$,浅埋隧道围岩压力变化如图 4 所示。

由图 4 可知,当其他参数确定时,浅埋隧道围岩



图 3 隧道埋深和断面尺寸对围岩压力 q 的影响 Fig. 3 Variation of surrounding rock pressure with buried depth and tunnel diameter



压力随着岩土黏聚力增大、内摩擦角增大而显著减 小。因此,在工程实践中,通过预注浆等工程加固措 施改善岩土体抗剪强度参数,从而增大隧道破坏时 所需内部耗能,降低维持浅埋隧道稳定所需围岩压 力 q,进而大幅提高隧道围岩稳定性。

4 结论

基于已有研究成果,将隧道断面形状简化为矩 形,考虑隧底隆起和坡体地表倾斜,改进了斜坡地段 浅埋隧道围岩破坏模式,并采用极限分析上限法,结 合线性摩尔-库伦(Mohr-Coulomb)准则,再根据内 外能耗相等原理,推导出围岩压力的计算式,运用 Matlab软件编程计算得到其优化解答。通过算例 分析得到以下结论:

1)基于泰沙基法进行隧道围岩支护设计较为保 守,不考虑隧底隆起的极限分析方法次之,而本文考 虑隧底隆起极限分析方法的风险最大;在确保隧道 结构安全的前提下,隧道工程设计采用本文考虑隧 底隆起极限上限分析模型的经济性最佳。 84

2)浅埋隧道围岩压力q随着岩土侧压力相关系 数减小、斜坡地表倾角增大而增大;随着浅埋隧道埋 深增大、断面尺寸加大,维持浅埋隧道稳定所需围岩 支护力增大;岩土黏聚力增大、内摩擦角增大可有效 提高浅埋隧道围岩稳定性。

3) 在工程实践中, 不可粗略地将倾斜地表简化 为水平面, 忽视地表倾斜对浅埋隧道围岩压力的影 响; 适当加强隧道两侧支护, 合理控制浅埋隧道埋 深, 有效改善岩土抗剪强度参数将显著提高隧道围 岩稳定性。

参考文献:

- [1]彭立敏,刘小兵.交通隧道工程[M].长沙:中南大学出版社,2003.
- [2] Chen W F. Limit analysis and soil plasticity [M]. 3rd ed. Fort Lauderdale, Florida: J. Ross Publishing, Inc., 2007.
- [3] Yang X L, Yang Z H, Li Y X, et al. Upper bound solution for supporting pressure acting on shallow tunnel based on modified tangential technique [J]. Journal of Central South University, 2013, 20 (12): 3676-3682.
- [4]于学馥,郑颖人,刘怀恒,等.地下工程围岩稳定分析 [M].北京:煤炭工业出版社,1983.
- [5]刘小军,张永兴,黄达. 破碎围岩浅埋偏压隧道衬砌荷 载的计算方法[J]. 土木建筑与环境工程,2011,33(5): 28-33.

Liu X J, Zhang Y X, Huang D. Load calculation method of shallow tunnel under unsymmetrical loadings in broken surrounding rock [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2011, 33 (5):28-33. (in Chinese)

- [6] Atkinson J H, Potts D M. Stability of shallow tunnel in cohesionless soil [J]. Geoteelmique, 1977, 27(2): 203-215.
- [7] Kentaro Y, Andrei V L, Daniel W W, et al. Stability of a circular tunnel in cohesive-frictional soil subjected to surcharge loading [J]. Computers and Geotechnics, 2011,38:501-514.
- [8] Kentaro Y, Andrei V L, Daniel W W. Stability of a single tunnel in cohesive-frictional soil subjected to surcharge loading [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011,48:1841-1854.
- [9] Davis E H,GunnM J,Mair R J. The stability of shallow tunnel and underground openings in cohesive material
 [J]. Geotechnique, 1980, 30(4): 397-416.
- [10] 姜功良. 浅埋软土隧道稳定性极限分析[J]. 土木工程

学报,1998,31(5):65-72.

Jiang G L. Limit analysis of the stability of shallow tunnels in soft ground [J]. China Civil Engineering Journal,1998,31(5):65-72. (in Chinese)

[11] 杨小礼,王作伟. 非线性破坏准则下浅埋隧道围岩压力 的极限分析[J]. 中南大学学报:自然科学版,2010,41 (1),299-302.

Yang X L, Wang Z W. Limit analysis of earth pressure on shallow tunnel using nonlinear failure criterion [J].Journal of Central South University: Science and Technology Edition, 2010, 41(1), 299-302. (in Chinese)

- [12] 王作伟. 非线性破坏准则下浅埋隧道围岩压力的上限 分析[D]. 长沙:中南大学,2010.
- [13] 赵炼恒,黄阜,孙秋红,等.浅埋偏压矩形单洞隧道围岩 压力极限上限分析方法[J].中南大学学报:自然科学 版,2014,45(9):3093-3103.

Zhao L H, Huang F, Sun Q H, et al. Rock pressure of unsymmetrical shallow rectangular tunnel based on upper bound limit analysis method [J]. Journal of Central South University: Science and Technology Edition, 2014, 45(9): 3093-3103. (in Chinese)

[14] 赵炼恒,孙秋红,黄阜,等. 非关联流动准则对浅埋隧道 稳定性影响的上限分析[J]. 公路交通科技,2012,29 (12):101-106.

Zhao L H, Sun Q H, Huang F, et al. Influences of the nonassociated flow rule on shallow tunnel stability based on upper bound limit analysis [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2012, 29(12): 101-106. (in Chinese)

- [15] 罗伟. 浅埋偏压隧道稳定性分析及其可靠度研究[D]. 长沙:中南大学,2014.
- [16] 杨峰,阳军生. 浅埋隧道围岩压力确定的极限分析方法
 [J]. 工程力学,2008,25(7):179-184.
 Yang F, Yang J S. Limit analysis method for determination of earth pressure on shallow tunnel [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25 (7): 179-184. (in Chinese)
- [17] 伍良波,刘运思.不同埋深比下浅埋隧道稳定性的上限 分析[J].公路工程,2013,38(4):262-264.
 Wu L B,Liu Y S. Upper bound analysis of stability on shallow tunnel under different ratio of burial depth [J]. Highway Engineering, 2013, 38 (4): 262-264. (in Chinese)
- [18] 刘卫国. MATLAB 程序设计与应用[M].2 版. 北京: 高等教育出版社,2006.

(编辑 胡 玲)