



早龄期混凝土蠕变模型比较

夏成俊^a, 陈朝晖^{a,b}, 陈珂^a, 陈科^c

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室;

c. 材料科学与工程学院, 重庆 400045)

摘要:针对早龄期混凝土的蠕变松弛特性,以配比、强度以及不同加载龄期的混凝土蠕变试验数据为依据,对比研究了 CEB-FIP 模型、Muller 模型、B3 模型与笔者所建立变系数四参数 Burgers 模型的蠕变预测差异。研究表明:常用经验模型中,CEB-FIP 模型具有较好的适应性,Muller 模型对于高强混凝土的蠕变预测较好,基于固化理论的 B3 模型对于早龄期混凝土的蠕变预测值偏大,准确性较差。对比研究验证了变系数四参数 Burgers 模型中参数的物理意义与经验取值范围及其合理性与适用性。

关键词:早龄期;混凝土;蠕变;粘弹性;水化过程;Burgers 模型

中图分类号:TU 317 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2016)01-0061-08

Comparison of creep models for early-age concrete

Xia Chengjun^a, Chen Zhaohui^{a,b}, Chen Ke^a, Chen Ke^c

(a. School of Civil Engineering, Chongqing University; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area in Chongqing University, Ministry of Education; c. School of Materials Science and Engineering,

Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Based on creep relaxation properties of the early-age concrete and concrete creep experimental data of different proportions strengths and loading age conditions, we carried out a comparative study of models for predicting creep CEB-FIP model, Muller model, B3 model and the presented Burgers model. The results show that, the CEB-FIP model has the best adaptability; Muller model is good for the creep prediction of high strength concrete; and the B3 model, which is based on the solidification theory, overestimates the creep for early-age concrete and shows poor accuracy. The results of the comparative study verify the physical significance and experience data range of parameters, as well as the rationality and applicability of the presented Burgers model with variable coefficient and four parameters.

Keywords: early-age; concrete; creep; viscoelastic; hydration process; burgers model

随着高性能混凝土在土木工程中的广泛应用,其早龄期开裂现象及其力学性能日益受到重视而成

为研究热点,混凝土的早龄期蠕变性能与混凝土的力学性能有着很强的相关性,是预测与减缓混凝土

收稿日期:2015-08-20

基金项目:中央高校基本科研业务费科研专项(CDJZR12 24 55 01)

作者简介:夏成俊(1990-),男,主要从事早龄期混凝土开裂预测研究,(E-mail)249626234@qq.com,

陈朝晖(通信作者),女,教授,博士生导师,(E-mail)zhaohuic@cqu.edu.cn。

Received:2015-08-20

Foundation item:Fundamental Research Funds for the Central Universities, China(No. CDJZR12245501)

Author brief: Xia Chengjun (1990-), main research interest, the cracking prediction of early-age concrete, (E-mail) 249626234@qq.com,

Chen Zhaohui(corresponding author), professor, doctoral supervisor, (E-mail)zhaohuic@cqu.edu.cn.

早期开裂时间的重要依据^[1]。关于混凝土早期蠕变性能的研究主要分为理论模型和经验模型两类。理论模型包括有效模量法模型^[2]、固化蠕变理论模型^[3]、弹性蠕变老化理论模型以及微预应力—固化理论模型等^[4-6]。使用较多的理论模型为 Bazant 于 1995 年提出的 B3 模型^[7],该模型是以固结理论为基础,在大量总结徐变试验数据的基础上提出的半经验半理论模型。较其他徐变模型而言,B3 模型参数较多,表达式具有较为明确的物理意义。试验拟合模型主要有 CEB-FIP(MC90)模型^[8]、Muller 模型^[9]和 ACI209 系列模型^[10]等。CEB-FIP(MC90)模型由欧洲混凝土委员会和国际预应力联合会(Euro-International concrete committee and International Federation for Prestressing)于 1990 年提出,该模型参数较少,适用于早龄期与成熟混凝土,对于高强度混凝土的徐变特性模拟精度稍差。在此基础上所提出的 Muller 模型,其形式与 CEB-FIP(MC90)模型类似,但增加了 3 个与混凝土强度有关的修正系数,使其能更好地适于高强混凝土的徐变模拟。ACI209 系列模型是由美国混凝土协会基于试验数据提出的经验模型,参数较少,但不适于加载时间早于 7 d 的混凝土。上述 3 种经验模型,受限于实验条件以及测量、养护环境的部分不可控因素,且不同模型所考虑的参数类型与数量不尽相同,使得不同模型在针对某一具体实验或混凝土材料时,产生较大的徐变特性预测差异^[11]。此外,由于经验公式均由试验数据拟合而得,对于混凝土早龄期蠕变特性的机理解释不尽明确。

基于早龄期混凝土的粘弹性性能和流变性能,采用弹簧和阻尼器串并联的方式,用以模拟早龄期混凝土的粘弹性以及流变性能的元件模型也被用于早龄期混凝土蠕变机理的模拟。Farah 等^[12]、Bazant 等^[13]、Sellier 等^[14]提出了各自的粘弹性元件模型,其模拟结果与各自实验数据吻合度较高,但这类模型普遍存在使用的弹簧和阻尼器较多,各元件物理意义不明确,不易确定的不足,且模型的普遍适用性也有待进一步的验证。

对此,笔者提出了变系数四参数 Burgers 模型^[15],该模型为基于早龄期水泥基材料的蠕变松弛机理及其物理化学性能变化特性的元件模型,模型公式简洁,参数较少并均具有明确的物理意义。

本文收集了多组早龄期混凝土徐变特性实验数据^[16-20],对各类模型的蠕变预测效果及其误差原因

进行了对比分析,并进一步验证了变系数四参数 Burgers 模型的适用性以及参数的合理取值范围。

1 常用早龄期混凝土徐变模型

1.1 CEB-FIP(MC90)模型

CEB-FIP(MC90)模型为经验模型,主要适用于 28 d 圆柱体抗压强度为 12~80 MPa、养护平均湿度为 40%~100%、养护平均温度为 5 ℃~30 ℃的早龄期或成熟混凝土:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \quad (1)$$

其中: $E_c(t_0)$ 为混凝土加载时的弹性模量,如式(2)所示, $\Phi(t, t_0)$ 为徐变系数,如式(3)、(4)所示。

$$E_c(t_0) = E_c \sqrt{\exp\left\{S\left(1 - \sqrt{\frac{28}{t_0}}\right)\right\}} \quad (2)$$

$$\varphi(t, t_0) = \left[1 + \frac{1-h}{0.46\left(\frac{2A_c}{100\mu}\right)^{\frac{1}{3}}}\right] \left[\frac{5.3}{\sqrt{0.1f_{cm}}}\right] \times \left[\frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}}\right] \left[\frac{(t-t_0)^{0.3}}{\beta_H + (t-t_0)^{0.3}}\right] \quad (3)$$

$$\beta_H = 150[1 + (1.2h)^{18}] \left(\frac{2A_c}{100\mu}\right) + 250 \leq 1500 \quad (4)$$

式中: A_c/μ 代表混凝土试件等效截面高度。由上述公式可见,CEB-FIP(MC90)模型主要考虑了 28 d 混凝土强度 f_{cm} 和弹性模量 E_c 、养护湿度 h 、初始加载时间 t_0 与加载持续时间 t 、水泥品种有关的参数 S 以及构件尺寸效应 A_c/μ 等因素的影响。

1.2 Muller 模型

Muller 模型与 CEB-FIP(MC90)模型相似,也为经验模型,其适用范围和考虑因素与 CEB-FIP(MC90)模型相同,但增加了 3 个与混凝土强度有关的修正参数 α_{m1} 、 α_{m2} 和 α_{m3} ,改善了对高强混凝土徐变特性模拟的准确性。Muller 蠕变模型具体如下

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \quad (5)$$

其中,

$$E_c(t_0) = E_c \sqrt{\exp\left\{0.5S_m\left(1 - \sqrt{\frac{28}{t_0}}\right)\right\}} \quad (6)$$

$$\varphi(t, t_0) = \left[1 + \left[\frac{1-h}{\left(\frac{2A_c}{100\mu}\right)^{\frac{1}{3}}}\right] \alpha_{m1}\right] \alpha_{m2} \left[\frac{5.3}{\sqrt{0.1f_{cm}}}\right] \times \left[\frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}}\right] \left[\frac{(t-t_0)^{0.3}}{\beta_H + (t-t_0)^{0.3}}\right] \quad (7)$$

$$\beta_H = 150 \left[1 + (1.2h)^{18} \right] \left(\frac{2A_c}{100\mu} \right) + 250 \leq 1500\alpha_{m3} \quad (8)$$

与混凝土强度有关的修正参数 α_{m1} 、 α_{m2} 和 α_{m3} 计算方式如下所示: $\alpha_{m1} = (35/f_{cm})^{0.7}$; $\alpha_{m2} = (35/f_{cm})^{0.2}$; $\alpha_{m3} = (35/f_{cm})^{0.5}$ 。

1.3 B3 模型

B3 模型是 Bazant 于 1995 年在 BP 模型^[21] 和 BP-KX 模型^[22] 基础上进行完善而提出的, 它以固结理论为理论基础, 认为水化作用引起的混凝土内部微观颗粒物质向水泥胶体的转变是徐变产生的内在原因, 并主张将混凝土总应变分为弹性应变、粘弹性应变、流动应变和附加应变(温度、干燥等因素引起的应变)^[3]。由此, 如式(3)所示, 混凝土徐变便也成为基本徐变 $C_0(t, t_0)$ 和干燥徐变 $C_d(t, t_0, t_c)$ 之和。该模型适用于 28 d 圆柱体抗压强度为 17~70 MPa、水灰比为 0.3~0.85、骨料水泥比为 2.5~13.5、水泥含量为 160~720 kg/cm³ 的普通混凝土, 具体如下

$$J(t, t_0) = \frac{127}{\sqrt{f_{cm}}} + C_0(t, t_0) + C_d(t, t_0, t_c) \quad (9)$$

其中: 式(9)中第一项为混凝土加载时的瞬时应变率, 第二项 $C_0(t, t_0)$ 为基本徐变, 第三项 $C_d(t, t_0, t_c)$ 为与混凝土干燥过程有关的干燥徐变。基本徐变 $C_0(t, t_0)$ 包含 3 部分, 如公式(10)所示。第一项为水化后水泥胶体的粘弹性徐变, 主要受水泥用量 c 的影响; 第二项为未水化颗粒的粘弹性徐变, 主要受水灰比 ω/c 和水泥用量 c 的影响; 第三项为流变, 主要受骨料水泥比 a/c 的影响。

$$C_0(t, t_0) = 185.4c^{0.5}(f_{cm})^{-0.9}Q(t, t_0) + 53.766(\omega/c)^4c^{0.5}(f_{cm})^{-0.9} \times$$

$$\ln\{1 + (t - t_0)^n\} + 20.3(a/c)^{-0.7} \ln(t/t_0) \quad (10)$$

其中: $Q(t, t_0)$ 为经验拟合公式, 如式(11)、(12)所示。 m, n 为常数, $m=0.5, n=0.1$ 。

$$Q(t, t_0) = (0.086t_0^{2/9} + 1.21t_0^{4/9})^{-1} \times \left[1 + \left(\frac{(0.086t_0^{2/9} + 1.21t_0^{4/9})^{-1} r(t_0)}{t_0^m \ln\{1 + (t - t_0)^n\}} \right)^{-1/r(t_0)} \right] \quad (11)$$

$$r(t_0) = 1.7(t_0)^{0.12} + 8 \quad (12)$$

干燥徐变 $C_d(t, t_0, t_c)$ 主要考虑混凝土干燥过程引起的徐变, 如式(13)~(17)所示

$$C_d(t, t_0, t_c) = 7.57 \times 10^5 f_{cm}^{-1} \times \epsilon_{shu}^{-0.6} \sqrt{e^{-8H(t)} - e^{-8H(t_0)}} \quad (13)$$

$$H(t) = [1 - (1 - h)S(t)], 0 \leq H(t) \leq 1 \quad (14)$$

$$\epsilon_{shu} = \alpha_1 \alpha_2 (0.091\omega^{2.1} f_{cm}^{-0.28} + 270) \times \frac{E_c(7 + 600)}{E_c(t_c + \tau_{sh})} \quad (15)$$

$$S(t) = \tanh \sqrt{\frac{t - t_c}{\tau_{sh}}} \quad t_c \leq t_0 \quad (16)$$

$$\tau_{sh} = 0.085t_c^{-0.08} f_{cm}^{-0.25} [k_s 2(V/S)]^2 \quad (17)$$

B3 模型中, 基本徐变 $C_0(t, t_0)$ 主要受水泥用量 c 、水灰比 ω/c 、骨料水泥比 a/c 的影响。而干燥徐变 $C_d(t, t_0, t_c)$ 主要与混凝土尺寸 V/S 、形状 k_s 、养护条件 α_2 、混凝土开始干燥时间 t_c 、水泥品种 α_1 、环境湿度 h 、混凝土强度 f_{cm} 等有关。总体而言, B3 模型所需参数较多, 考虑因素较全面, 模型较复杂。

1.4 变系数四参数 Burgers 模型

如图 1 所示, 由笔者在文[15]、[16]中所建立的变系数四参数 Burgers 模型由 Maxell 模型和 Kelvin 模型组成。其中, Maxell 体对应于水化过程中材料物质形态由流动态向固态的转变过程时其粘性和弹性的变化特性, 表征了混凝土徐变中不可恢复的部分; Kelvin 体则描述了材料组分中未水化的胶凝颗粒、骨料等的粘弹性性能, 表征了混凝土徐变中可部分恢复的部分。

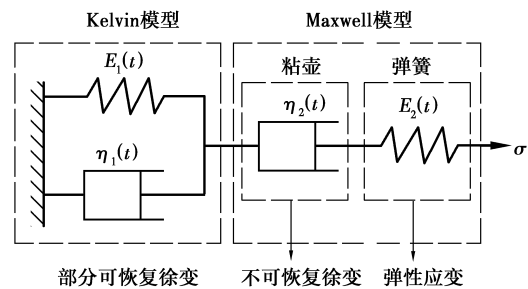


图 1 Burgers 模型

Fig. 1 Burgers Model

变系数四参数 Burgers 模型的蠕变模型如下所示:

$$J^B(t, t_0) = \frac{1}{E_2^B} + \frac{t - t_0}{\eta_2^B} + \frac{1}{E_1^B} [1 - e^{-E_1^B(t-t_0)/\eta_1^B}] \quad (18)$$

式(4)中各参数右上标“B”表示 Burgers 模型, t_0 为加载时间。其中, 弹簧 $E_1^B(t)$ 代表早期混合物中骨料及未水化的胶凝颗粒的弹性, 随水化进程而变化。如式(5), E_c 为混凝土中颗粒材料的初始弹性, $S_c(t)$ 为其时间变化函数, a_c 为对应的与时间相关的参数。

$$E_1^B(t) = E_c S_c(t) = E_c \times \left(\frac{t}{t+a_c}\right)^{0.5} \text{ (MPa)} \quad (19)$$

弹簧 $E_2^B(t)$ 表示水化固体产物的瞬时弹性, 如式(6)。其中, E_∞ 为混凝土固化后的长期弹性模量, 一般可取做 28 d 龄期弹性模量 E_{28} , $S_E(t)$ 为弹性模量随时间的变化函数, a_E 为对应的与时间相关的参数, 可由试验数据拟合得到:

$$E_2^B(t) = E_\infty S_E(t) = E_{28} \times \left(\frac{t}{t+a_E}\right)^{0.5} \text{ (MPa)} \quad (20)$$

粘壶 $\eta_1^B(t)$ 表示水化胶凝产物的粘性, 如式(7)。其中, $\eta_{1\infty}$ 为材料长期粘性系数, 通常由水泥砂浆材料性质、环境温湿度条件等决定, $S_{\eta_1}(t)$ 为其时间变化函数, a_{η_1} 为对应的与时间相关的参数

$$\eta_1^B(t) = \eta_{1\infty} S_{\eta_1}(t) = \eta_{1\infty} \times \left(\frac{t}{t+a_{\eta_1}}\right) \text{ (MPa} \cdot \text{s)} \quad (21)$$

粘壶 $\eta_2^B(t)$ 代表由于胶凝水等的迁移引起的蠕变, 具有不可恢复性, 如式(8)。其中, $\eta_{2\infty}$ 表示长期不可恢复蠕变, $S_{\eta_2}(t)$ 为其时间变化函数, a_{η_2} 为对应的与时间相关的参数:

$$\eta_2^B(t) = \eta_{2\infty} S_{\eta_2}(t) = \eta_{2\infty} \left(\frac{t}{t+a_{\eta_2}}\right) \text{ (MPa} \cdot \text{s)} \quad (22)$$

2 几种常见蠕变模型的对比分析

2.1 模型实验数据选取

为对比各类模型的蠕变预测效果及其误差原因, 并进一步验证变系数四参数 Burgers 模型的适用性以及参数的合理取值范围, 本文收集了多组早龄期混凝土徐变特性实验数据^[17-21], 其相关实验参数见表 1。

表 1 各组实验数据的相关参数
Table 1 Parameters of experimental data

参数	熊维 ^[17]	Philippe ^[18]	Atrushi ^[19]	Wibkle ^[20]	Zheng et al ^[21]
28 天混凝土强度/MPa	58.2	42.0	69.0	57.8	55.6
水泥种类	CEM1	CEM1	CEM1	CEM3	CEM1
水泥用量/(kg · m ⁻³)	445	350	368	300	533
水灰比	0.34	0.40	0.42	0.48	0.30
骨料用量/(kg · m ⁻³)	1 850	1 600	1 817	1 970	1 646
28 d 弹性模量/(×10 ⁴ MPa)	3.86	3.6	3.59	4.13	3.09
试件等效截面高度/mm	100	106	133	100	100
试件形状	棱柱体	圆柱体	圆柱体	棱柱体	棱柱体
养护温度/°C	8~15	20	20	20	20~26
加载时环境相对湿度/%	30~50	50	50	100	60
养护方式	密封养护	100%湿度养护	蒸汽养护	密封养护	蒸汽养护

2.2 模型对比

图 2 为针对熊维的实验数据采用前述 4 种蠕变模型的预测结果, 其中加载龄期 $t_0 = 3$ d。从图中可以看出, 与实验数据相比, B3 模型的预测误差最大, CEB-FIP 模型和 Muller 模型的预测结果与试验结果均较吻合, 且 Muller 模型的精度更高, 这与 Muller 模型针对高强混凝土进行了参数修正有关, 变系数四参数 Burgers 模型的预测结果吻合度也较高。

图 3 为针对 Philippe 的实验数据进行的 4 种蠕变模型的预测结果, 其中加载日期 $t_0 = 7$ d。同样可见, CEB-FIP 模型和变系数四参数 Burgers 模型的预测精度均较高, B3 模型则高估了较早期混凝土的蠕变, 在 28 d 龄期后与试验数据逐渐吻合。而

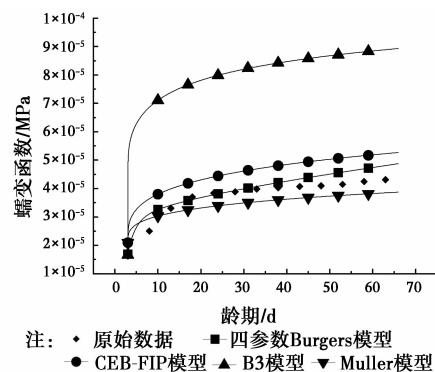


图 2 针对熊维的实验数据的模型对比
Fig. 2 Models comparison for experimental data of Xiong Wei

Muller 模型的预测值较原始数据而言偏低, 表明其对普通混凝土的适用性较差。

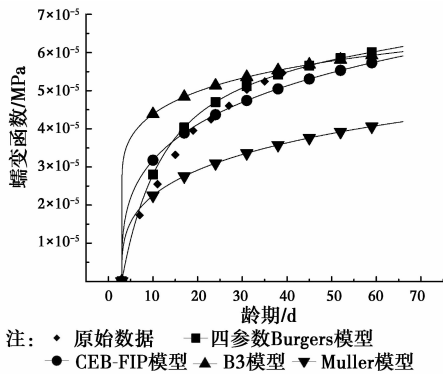


图3 针对 Philippe 的实验数据的模型对比

Fig. 3 Models comparison for experimental data of Philippe

图4为针对 Atrushi 的实验数据,采用4种不同模型的蠕变预测对比,其中,加载龄期 t_0 分别为 2 d、3 d、6 d,而变系数四参数 Burgers 模型采用加载龄期为 3 d 时的数据进行 3 种不同加载龄期的蠕变预测。由图 4 可见,变系数四参数 Burgers 模型预测曲线与原始数据的吻合度最高,其次分别为 CEB-FIP 模型和 B3 模型,而 Muller 模型偏差最大,且随着初始加载龄期的增长,后 3 种模型的预测值均逐渐小于实验值,即低估了混凝土的早期蠕变。变系数四参数 Burgers 模型预测曲线在 t_0 分别为 2 d、3 d 和 6 d 时,与原始数据都有很高的贴合度。

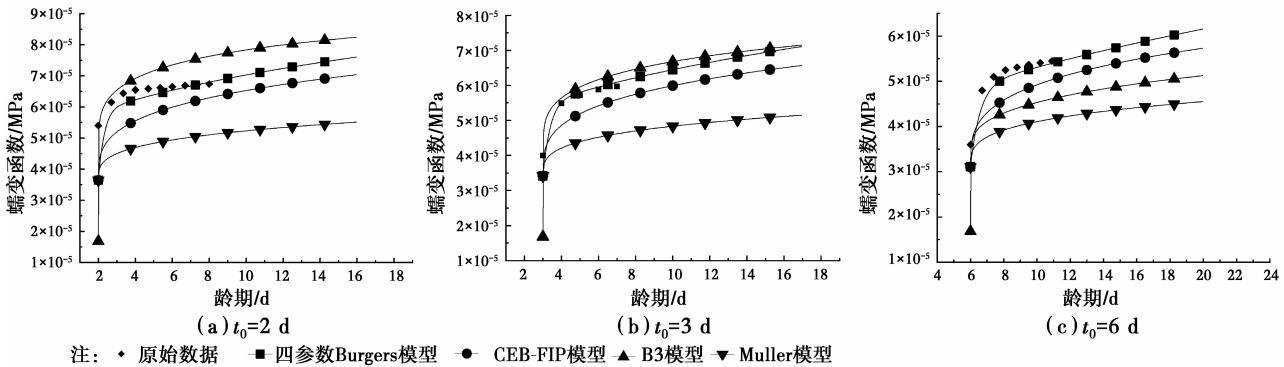


图4 针对 Atrushi 的实验数据的模型对比

Fig. 4 Models comparison for experimental data of Atrushi

图5为针对 Wibke 的实验数据,4个不同模型的蠕变函数预测曲线的对比结果。其中,初始加载龄期 t_0 分别为 3 d、4 d、7 d,变系数四参数 Burgers 模型采用加载龄期为 7 d 时的数据进行模拟。值得注意的是,Wibke 采用的是混凝土受拉徐变试验。从图中可以看出,各模型在初始加载龄期较小时

($t_0=3$ d、4 d),其预测曲线与试验数据均偏差较大,随着加载时间增长,如 $t_0=7$ d,变系数四参数 Burgers 模型的预测曲线、CEB-FIP 模型以及 Muller 模型的预测曲线与试验数据逐渐吻合,但 B3 模型的偏差仍然较大,且整体高估了混凝土的蠕变。

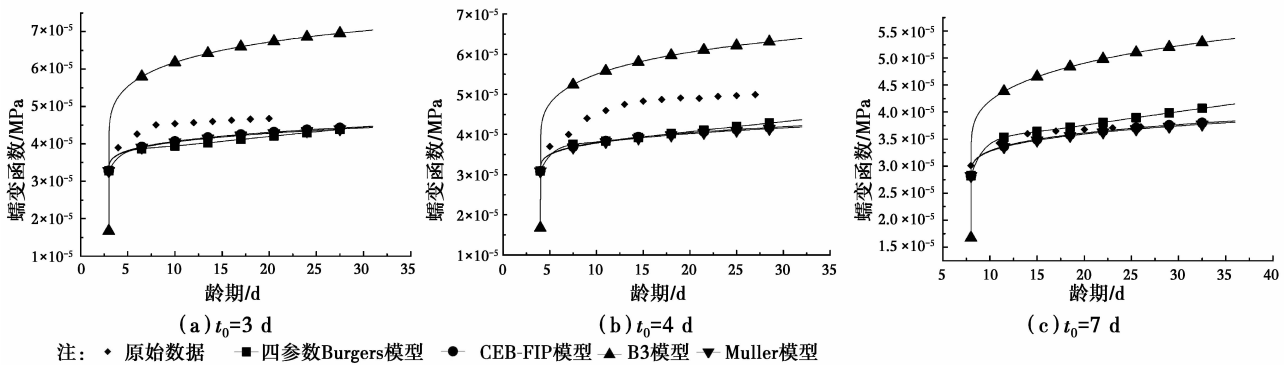


图5 针对 Wibke 的实验数据的模型对比

Fig. 5 Models comparison for experimental data of Wibke

图6为针对 Zheng 等的实验数据,4个不同模型的蠕变函数预测曲线的对比结果,初始加载龄期

3 d、7 d、14 d,变系数四参数 Burgers 模型采用加载日期为 7 d 时的数据进行参数模拟。从图中可以看

出,变系数四参数 Burgers 模型的预测曲线与原始数据在加载龄期为 3 d、7 d 时吻合度很高;当加载龄期为 14 d 时,预测曲线较原始数据偏高。而其他 3 个模型较原始数据均有不同程度的高估。

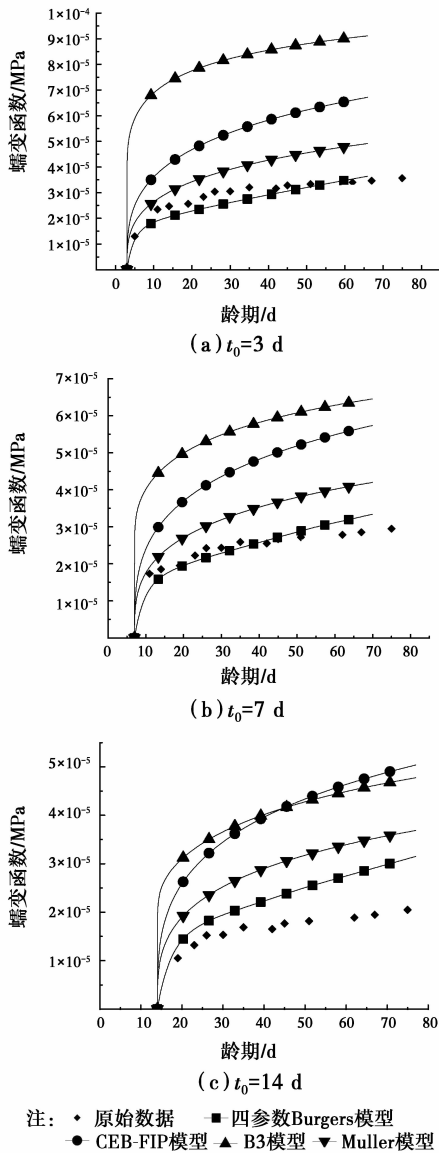


图 6 针对 Zheng 等的实验数据的模型对比

Fig. 6 Models comparison for experimental data

综合上述对比,可以看出:CEB-FIP 模型和 Muller 模型作为经验公式,对于不同实验数据,其蠕变预测曲线的准确性有较大差异。这是仅仅依据试验数据的拟合而建立的经验公式的通病,即容易受到实验方法、实验条件或者测量等不可控因素的局限。此外,拟合结果对比还显示,针对强度较高的混凝土(熊维和 Wibble),Muller 模型的蠕变预测精度较高。

B3 模型的蠕变预测曲线普遍较原始数据偏大。

这是由于 B3 模型以固化理论为基础,对于早龄期混凝土,由于水化作用发展迅速,材料的物理性态变化迅猛,B3 模型对此描述不足;其次,B3 模型中经验拟合数据均来源于 RILEM 收缩徐变数据库,该数据库中加载龄期小于 7 d 的数据非常有限,导致该模型对加载龄期早于 7 d 的早龄期混凝土蠕变性能模拟较差。

笔者所建立的变系数四参数 Burgers 模型同样基于固化理论,但结合了早期混凝土的蠕变机制与宏观变化特性,而避免了从细观结构的描述出发导致的模型复杂、参数较多且不易确定的弊端。变系数四参数 Burgers 模型的参数相对较少,只保留了 B3 模型中较核心的影响因素,即水化前颗粒材料的粘性和弹性,以及水化后水泥胶体材料的粘弹性和流变性,与各组试验数据较好的吻合度验证了该模型的适用性与合理性。

3 变系数四参数 Burgers 模型参数分析

变系数四参数 Burgers 模型将早龄期混凝土的蠕变视为胶凝材料的蠕变与固体颗粒材料(包括未水化的水泥、骨料、砂等)的蠕变之和,并分别描述了两个部分弹性和粘性随时间的变化。整体包括四个时变函数,共计 8 个参数。其中, E_{28} 和 a_c 可由实验直接测得,其余 6 个参数需拟合得到。将针对表 1 所列实验数据,分析四参数 Burgers 模型参数的取值范围。

将不同试验拟合得到的四参数 Burgers 模型参数列于表 2。由于 Wibke 实验数据是针对早龄期混凝土的受拉徐变的,参数拟合结果与其他实验数据的拟合结果相差较大。熊维、Philippe、Atrushi、Zheng 等试验数据的参数拟合结果,其特点如下:

变系数四参数 Burgers 模型中, E_c 表示混凝土中颗粒材料的弹性性能。4 组实验数据使用的均为 CEMI 型水泥,骨料与水泥的用料也基本相同, E_c 拟合结果的一致性显示,模型中假定混凝土中未水化颗粒材料的弹性模量是合理的。表 2 还显示,针对 Philippe 的试验数据得到的 E_c 值偏小。这是由于 Philippe 的实验所采用的混凝土 28 d 的强度为 42 MPa,较其他组实验数据低,据此可以推测,Philippe 实验中固体颗粒材料的强度与弹性模量相对较低。此外,Philippe 实验采用 100% 的湿度养护方式,养护时间内颗粒材料的消耗较快,使得在进行加载实验时的实验试件中未水化的颗粒物质

相对较少,从而可能引起弹性模量的降低。上述两个原因可能共同导致了 Philippe 的实验参数 E_c 值偏低。

参数 $\eta_{1\infty}$ 表示水化胶凝材料的长期粘性。4 组实验数据的拟合结果基本相同,表明模型中引入该项参数的合理性。值得注意的是,根据 Atrushi 试验数据确定的 $\eta_{1\infty}$ 值较小,事实上,Atrushi 的实验试件尺寸为 150 mm×300 mm 的圆柱体,其等效截面高度较其他实验试件而言偏大。几何尺寸差异可能是导致 $\eta_{1\infty}$ 值与其他实验数据有所差异的原因。

参数 $\eta_{2\infty}$ 表示由于胶凝水等的迁移引起的不可恢复蠕变。由于 4 组实验数据所使用的水泥品种、骨料与水泥用量、加载时环境湿度和温度都比较一致,因此 4 组数据的 $\eta_{2\infty}$ 值也应该相差无几,这从拟合结果中得到了印证。同样可以注意到,由于试件尺寸效应的影响,针对 Atrushi 实验数据的 $\eta_{2\infty}$ 值较其他试验数据小。

a_E 、 a_{η_1} 和 a_{η_2} 这 3 个与时间变化相关的参数,4 组实验数据的拟合结果比较接近。这表明在基本相同的温-湿度试验条件下,早龄期混凝土的粘弹性变化规律应该比较接近。

从上述的参数分析结果可以看出,所建立的变系数四参数 Burgers 模型各参数所对应的物理意义是合理的,且各参数存在一定的取值范围。结合四参数 Burgers 模型参数拟合结果,可以得出以下的经验取值范围:表征早期混合物中骨料及未水化的胶凝颗粒弹性的弹性模量 E_c 参考取值为 $6 \times 10^4 \sim 9 \times 10^4$ MPa,并且应该考虑混凝土 28 d 强度以及养护方式对 E_c 的影响;表征水化胶凝产物粘性的参数 $\eta_{1\infty}$ 参考取值为 $20 \times 10^4 \sim 30 \times 10^4$ MPa·s,且应考虑混凝土试件尺寸效应;表征水泥基材料早期液态流动性的参数 $\eta_{2\infty}$ 的参考取值为 $300 \times 10^4 \sim 600 \times 10^4$ MPa·s。表征水化胶凝产物瞬时弹性的参数 $E_2^b(t)$ 则可由实验直接测得。

表 2 变系数四参数 Burgers 模型参数拟合数据

Table 2 Fitting data of parameters in the Burgers Model with four time-variant parameters

参数	熊维 ^[17]	Philippe ^[18]	Atrushi ^[19]	Wibkle ^[20]	Zheng et al ^[21]
$E_c (\times 10^4 \text{ MPa})$	9.2	2.36	6.74	17.74	7.26
a_E	1.08	1.08	4.18	5.18	1.28
$E_{28} (\times 10^4 \text{ MPa})$	6.3	3.6	3.43	4.13	3.09
a_c	0.4	0.4	1.11	2.5	0.4
$\eta_{1\infty} (\times 10^4 \text{ MPa} \cdot \text{s})$	31.6	30	5.6	20.6	30
a_{η_1}	3.52	5	5.82	0.82	5
$\eta_{2\infty} (\times 10^4 \text{ MPa} \cdot \text{s})$	597	497	257	607	427
a_{η_2}	22.1	18.1	22.1	20.1	10.1

4 结 论

以上模型对比研究表明,针对不同实验数据以及加载龄期,变系数四参数 Burgers 模型对于早龄期混凝土的蠕变预测准确度较高。对于大部分实验数据,变系数四参数 Burgers 模型与目前通行的徐变模型也较接近,从而验证了变系数四参数 Burgers 模型针对于早龄期混凝土的徐变预测的适用性与合理性。

变系数四参数 Burgers 模型中的 8 个参数除 E_{28} 、 a_c 两个参数能够直接从实验室中测量得到外,其余 6 个参数 E_c 、 $\eta_{1\infty}$ 、 $\eta_{2\infty}$ 、 a_E 、 a_{η_1} 、 a_{η_2} 均需要根据试验数据进行拟合。通过对于不同原始试验数据拟合结果的整理和分析,可以看出当水泥品种、用量以及

骨料品种、用量类似的混凝土,其 E_c 、 $\eta_{1\infty}$ 、 $\eta_{2\infty}$ 等参数拟合值较为接近,这表明变系数四参数 Burgers 模型对于参数的假定及所赋予的物理意义是合理的。当试件养护条件(即环境温度和湿度)相差不大时, E_c 、 $\eta_{1\infty}$ 、 $\eta_{2\infty}$ 的时间变化规律也较为相似。这说明所建立的四参数 Burgers 模型反应了早龄期混凝土的粘弹性随时间的变化规律主要受环境温度和湿度影响的机理。

以上变系数四参数 Burgers 模型的参数分析及其与常用经验徐变模型和 B3 模型的对比表明,变系数四参数 Burgers 模型中对混凝土强度、养护方法、尺寸效应、环境温湿度的具体作用机制等因素还缺乏明确反应,仅隐含于参数的具体拟合值中,因此,后续研究将通过对于早龄期混凝土水化进程中温度-

湿度耦合效应的研究,进一步完善 Burgers 模型。

参考文献:

- [1] Bazant Z P. Prediction of concrete creep and shrinkage—past, present and future[J]. Nuclear Engineering and Design, 2001, 203: 27-38.
- [2] Bazant Z P, Hon M, Mija H Hubler, et al. Improved estimation of long-term relaxation function from compliance function of aging concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, 139(2):146-152.
- [3] Bazant Z P, Prasannan S. Solidification theory for concrete creep: I. formulation, and II. Verification and application [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989,115(8):1691-1725.
- [4] Havlasek P, Jirasek M. Modeling of concrete creep based on microprestressing solidification theory[J]. Acta Polytechnica, 2012, 52(2):34-42.
- [5] Bazant Z P, Hauggaard A B, Baweja S, et al. Microprestressing-solidification theory for concrete creep (I): Aging and drying effects [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1997,123: 1188 - 1194.
- [6] Wei Y, Hansen W. Tensile creep behavior of concrete subject to constant restraint at very early ages [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2012, 25 (9):1277-1284.
- [7] Bazant Z P. Creep and shrinkage prediction models for analysis and design of concrete structures—Model B3 [J]. Materials and Structures, 1995,28:357-365.
- [8] CEB-FIP model code for concrete structures [S]. Committee Euro-international du Beton/Federation International de la Precon-strainte. Paris, 1990.
- [9] Rajeev Goel, Ram Kumar, Paul D K. Comparative study of various creep and shrinkage prediction models for concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2007. 19:249-260.
- [10] ACI Committee 209. Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures[S]. Detroit: ACI-209R-82,1992.
- [11] Guenot T. Stresses in early age concrete: comparison of different creep models[J]. ACI materials Journal, 1996,93(3): 254-259.
- [12] Farah M, Grondin F, Matallah M, et al. Multi-scales characterization of the early-age creep of concrete [C]// Mechanics and Physics of Creep, Shrinkage, and Durability of Concrete @ sA Tribute to Zdenek P. Bazant. ASCE, 2013:211-218.
- [13] Bazant Z P, Cusatis G, Cedolin L. Temperature effect on concrete creep modeled by microprestressing-solidification theory [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 130(6):691-699.
- [14] Sellier A, Buffo-Lacarriere L, Multon S, et al. Nonlinear basic creep and drying creep modeling [C]// Rossi P, Tailhan J L. SSCS Conf. AFGC, Aix en Provence, France, 2012.
- [15] 陈珂. 基于粘弹性模型的早龄期约束水泥砂浆环开裂预测模型[D]. 重庆:重庆大学, 2015.
- Chen K. Cracking tendency prediction model based on viscoelastic model for early-age restraint ring [D]. Chongqing: Chongqing University. 2015. (in Chinese)
- [16] 熊维. 不同强度早龄期混凝土蠕变及蠕变对长期荷载作用下预应力构件的影响 [D]. 天津: 天津大学, 2011.
- Xiong W. Different early-age strength of concrete creep and creep under load for long-term effects of prestressed beam [D]. Tianjin: Tianjin University, 2011. (in Chinese)
- [17] Turcry P, Loukili A, Haidar K. Cracking tendency of self-compacting concrete subjected to restrained shrinkage: experimental study and modeling [J]. J. Mater. Civ. Eng. 2006.18:46-54.
- [18] Atrushi D. Tensile and compressive creep of early age concrete: testing and modeling [D]. Trondheim : Norwegian University of Science and Technology, 2003.
- [19] Hermerschmidt W, Budelmann H. Creep of early age concrete under variable stress[J]. Concreep. 2015. 10: 929-937.
- [20] Zheng J L, Chao P F, Luo S O. Experimental study on factors influencing creep of self-compacting concrete [C]// Second international symposium on design, performance and use of self-consolidating concrete SCC'2009-China. 2009.
- [21] Bazant Z P, Panula L. Practical prediction of time dependent deformations of concrete, Parts I - VI[J]. Materials and Structures, 1978-1979, 11: 307 - 316, 317 - 328, 425 - 434, 12:169 - 183.
- [22] Bazant Z P, Kim J K, Panula L. Improved prediction model for time dependent deformations of concrete, Part 2—Basic creep[J]. IBID, 1991, 24:327-345.