doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2016.02.005



# 水平与竖向加速度-时程曲线叠加效应下 边坡永久位移计算的极限上限分析

王志斌<sup>1</sup>,汤祖平<sup>2</sup>,赵炼恒<sup>3</sup>,程肖<sup>3</sup>

 (1. 湖南科技大学 土木工程学院,湖南 湘潭 411201;2. 上海市政工程设计研究院有限公司 深圳分院,广东 深圳 518013;3. 中南大学 土木工程学院,长沙 410075)

摘 要:实际边坡动力稳定性受地震竖向与水平方向效应共同作用,传统边坡地震永久位移计算方法较少考虑竖向地震波影响,采用实际地震的竖向与水平方向加速度-时程曲线共同效应更符合工程实际。基于极限分析上限法和 Newmark 刚塑性滑块模型,提出一种基于实际水平向与竖向地震加速度-时程曲线的边坡永久位移计算改进方法,以3个工程边坡为例,探讨了两组具有代表性实测典型水平和竖向地震地面运动记录对边坡地震永久位移计算的影响。研究结果表明:不考虑竖向地震加速度-时程曲线时,本文方法可蜕化为与前人方法兼容;不同地震波的竖向与水平地震动时程曲线的叠加效应不同,竖向地震对边坡永久位移的影响不可忽略。

关键词:边坡;地震永久位移;加速度-时程曲线;Newmark法;极限分析上限法

**中图分类号:**TU435 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2016)02-0035-09

# Upper bound analysis of seismic permanent displacement of soil slopes based on horizontal and vertical acceleration time-history curves

Wang Zhibin<sup>1</sup>, Tang Zuping<sup>2</sup>, Zhao Lianheng<sup>3</sup>, Cheng Xiao<sup>3</sup>

School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, Hunan, P. R. China;
 Shanghai Municipal Engineering Design Institute (Group) CO., LTD-Shenzhen Branch, Shenzhen 518013,

Guangdong, P. R. China; 3. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, P. R. China)

**Abstract**: The dynamic stability of slopes is influenced by the horizontal and vertical earthquake forces. The traditional method of calculating the seismic permanent displacement does not take enough consideration about the vertical seismic effect. However, considering the combined effect of horizontal and vertical accelerations is more accord with the engineering practice. Based on the upper bound limit analysis and the

**基金项目:**国家自然科学基金(51208522);湖南省科学技术厅科技项目(2012SK3231、2012TT2039);贵州省交通厅科技项目(2013-122-005)

赵炼恒(通信作者),男,博士(后),副教授,博士生导师,(E-mail)zlh8076@163.com。

Received: 2014-11-18

- Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51208522); Hunan Provincial Department of Science and Technology Foundation (No. 2012SK3231, 2012TT2039); Guizhou Provincial Department of Transportation Foundation (No. 2013-122-005)
- Author brief: Wang Zhibin (1975-), PhD, main research interests: subgrade and pavement engineering, (E-mail) 71496933@qq.com.

Zhao Lianheng (corresponding author), postdoctor, associate professor, PhD supervisor, (E-mail) zlh8076 @163.com.

收稿日期:2014-11-18

作者简介:王志斌(1975-),男,博士,主要从事路基路面工程研究,(E-mail)71496933@qq.com。

model of Newmark's rigid-plastic block, an approach for evaluating the permanent displacement of slopes based on the actual horizontal and vertical earthquake acceleration time-history curves is proposed. Three types of engineering slopes are studied to discuss the impact of two typical earthquake ground motions on seismic permanent displacement. The results show that: this method is compatible with the previous method without considering the vertical acceleration; the combined effect of horizontal and vertical accelerations is different for various earthquake records, and the influence of vertical acceleration on the permanent slope displacement cannot be ignored.

Keywords:slope; seismic permanent displacement; acceleration time-history curves; Newmark's method; upper bound limit analysis

1965年,Newmark<sup>[1]</sup>提出了估算地震滑移量的 刚塑性滑块模型,并给出了采用边坡滑移量代替安 全系数以评价边坡的抗震性能的建议。过去 50 年 中,基于 Newmark"滑块模型",许多学者结合土工 试验与实际震害资料,进一步探讨了地震作用下边 坡的永久位移问题<sup>[2]</sup>。Chang 等<sup>[3]</sup>将 Newmark 的 刚塑性滑块模型应用在自然边坡的地震稳定性分析 中,基于极限分析上限法推导了直线型滑面和对数 螺旋滑面边坡永久位移的计算公式;You 等[4-5]采用 极限分析上限法,结合 Newmark"滑块模型"的概 念,给出了水平地震效应下边坡与加筋边坡永久位 移的设计图表。现有大部分研究均只考虑了水平向 地震效应[6-8],但大量地震谱记录都表明震中部位的 竖向加速度峰值往往也较大[9-13],关于竖向地震效 应对边坡抗震性能影响的研究日益受到学者们的重 视和关注<sup>[14]</sup>。栾茂田等<sup>[15]</sup>基于两种曲面滑动面(圆 弧和光滑渐变非圆弧),并考虑水平向与竖向加速度 响应,对于滑体位移计算模型进行了改进。分析表 明:潜在滑动体的地震位移总是小于仅考虑水平向 地震响应加速度时所得到的位移,且滑体位移取决 于滑体上水平向与竖向地震响应加速度的综合作 用。Ling 等<sup>[16]</sup>采用极限平衡法和 Newmark 滑块模 型对陡坡的安全系数与永久位移进行了研究,研究 表明:竖向地震效应对陡坡稳定性影响显著。当水 平加速度较大时,竖向加速度对边坡抗震性能和永 久位移的影响不容忽略。Simonelli 等<sup>[17]</sup>应用数值 分析方法,针对干砂所组成的无限土坡,选取具有不 同频谱特性的多个实测地震加速度时程曲线,考虑 水平与竖向地震加速度的不同组合方式对边坡永久 位移进行分析,分析结果表明:当边坡永久位移高于 厘米级时,竖向加速度影响可以忽略。黄建梁等[18] 将竖向加速度幅值固定为水平向加速度幅值的 2/ 3,假定3种水平与竖向地震叠加情况对算例边坡进 行计算,计算表明可以忽略竖向地震加速度的影响。 同样,针对无限边坡,Jacques 等<sup>[19]</sup>给出了考虑竖向 与水平向地震效应下永久位移的计算方法,但研究 结果表明:竖向地震效应显著影响边坡永久位移。 上述研究成果表明,同时考虑水平向和竖向加速度 效应对边坡永久位移的影响时,以往不考虑竖向加 速度效应的方法可能低估了同时叠加竖向与水平向 地震动效应的影响<sup>[20-21]</sup>。

此外,传统方法往往为简化分析过程,假定竖向 与水平地震波波形一致,并假定竖向地震波为水平 地震波量值的固定比值。然而,实际地震中竖向地 震波与水平方向的地震波的时程曲线并非一致,波 形一致假定和量值比例假定可能导致较大误差。

本文基于极限分析上限法和强度折减技术,提 出了一种基于实际水平与竖向方向的地震加速度--时程曲线的边坡地震永久位移计算方法。采用极限 分析上限法,结合 Newmark"滑块模型"的概念,按 照地震波水平与竖向加速度--时程曲线特性,提出一 种基于水平加速度--时程和竖向加速度--时程曲线的 边坡永久位移计算方法,探讨两组具有代表性实测 典型水平和竖向地震地面运动记录对边坡永久位移 的影响。

# 基于水平加速度-时程曲线的边坡 永久位移简化计算方法

基于极限分析上限分析方法,采用对数螺旋面 旋转破坏机构开展地震作用下边坡永久位移分析。 破坏机构引用 Chen<sup>[22]</sup>、Chang 等<sup>[3]</sup>和 You 等<sup>[4]</sup>提 出的经典机构,并考虑了竖向地震影响效应<sup>[23]</sup>,如 图 1 所示。

图 1 中: H 为边坡竖直高度, m;  $\beta$  为边坡倾角, (°);  $k_v$  表示竖向地震加速度系数;  $k_h$  表示水平地震 加速度系数, 且  $k_v = \alpha_v/g$ ,  $k_h = \alpha_h/g$ ,  $\alpha_v$ 、 $\alpha_h$  分别为竖 向和水平地震加速度; g 为重力加速度;  $\theta_0$  和  $\theta_h$  为 角度参数, 用于描述对数螺旋线破坏机构形态; r 为



Fig. 1 Rotational failure mechanism for slope stability [3-4],[22-23]

与 $\theta$ 定义相对应的极径; $r_0$ 为 $\theta = \theta_0$ 相对应的极径;  $\varphi$ 为岩土材料内摩擦角。同时,本文应用了如下假 定:1)分析问题基于平面应变条件考虑;2)岩土体材 料假定为理想刚塑性体,服从摩尔库伦强度准则,并 遵循相关联流动法则;3)边坡内部孔隙水压力效应、 岩土体抗剪强度参数c和 $\varphi$ 因地震影响而发生弱化 均不考虑;4)引入水平和竖向效应时采用常见的拟 静力方法。

水平和竖向地震作用下边坡处于临界极限状态时,外力功率包括滑体自重和地震力所做功率,内部 耗能沿滑面发生<sup>[23]</sup>。边坡滑体自重功率、竖向和水 平地震效应所做功率和间断面 BC 发生的内部耗能 计算过程参见文献[3,4,22]。

为进行对比计算并简化分析过程,类似传统 Newmark"滑块模型"分析方法,首先假定竖向地震 波与水平地震波波形一致,并假定竖向地震效应为 水平地震效应量值的固定比例值,即 $k_v = \lambda k_h$ 成立 ( $\lambda > k_v$ 相对于 $k_h$ 的比例系数)。地震效应下,边坡 处于临界状态时,水平地震加速度系数 $k_h$ 恰好达到 临界屈服加速度 $k_c$ ,由功率平衡方程可得

$$(1 + \lambda k_c) \gamma r_0^3 \omega (f_1 - f_2 - f_3) + k_c \gamma r_0^3 \omega \bullet$$
  

$$(f_4 - f_5 - f_6) = \frac{c r_0^2 \omega}{2 \tan \omega} (e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - 1) \quad (1)$$

进而获得边坡的屈服加速度 k。

$$k_{c} = \frac{(\sin \theta_{h} e^{(\theta_{h} - \theta_{0}) \tan \varphi_{f}} - \sin \theta_{0}) \left[ e^{2(\theta_{h} - \theta_{0}) \tan \varphi} - 1 \right]}{2 \tan \varphi \left[ \lambda (f_{1} - f_{2} - f_{3}) + (f_{4} - f_{5} - f_{6}) \right]} \cdot \frac{c}{\gamma H} - \frac{f_{1} - f_{2} - f_{3}}{\lambda (f_{1} - f_{2} - f_{3}) + (f_{4} - f_{5} - f_{6})}$$
(2)

当地震加速度超过临界屈服加速度(k<sub>h</sub>>k<sub>c</sub>) 时,坡体将开始产生瞬时滑动变形,根据本文所讨论 的模型(图1(b)),假定变形方式为边坡滑动体 ABC 以θ大小的角加速度绕O点转动,转动滑动面BC 为求解最小屈服加速度系数时确定的临界滑动面, 且假定其位置在地震过程中不发生变化,则坡体外 力所做的功率和内部耗散功率应满足动力平衡方程

$$(1+\lambda k_{\rm h})\gamma r_0^3 \omega (f_1-f_2-f_3) +$$

$$k_{\rm h} \gamma r_0^3 \, \omega (f_4 - f_5 - f_6) = D_{\rm c} + \omega l^2 \, \frac{G}{g} \stackrel{\cdots}{\theta} \quad (3)$$

由式(2)和(3)可得

$$\theta = (k_{\rm h} - k_{\rm c}) \bullet$$

$$\frac{\gamma r_0^3 [\lambda (f_1 - f_2 - f_3) + (f_4 - f_5 - f_6)]}{\frac{G}{g} l^2} \quad (4)$$

式(1)~(4)中: $\theta_0$ 和 $\theta_h$ 分别为基准线OB和OC 与水平线的夹角;  $\gamma$ 为材料容重, $kN/m^3$ ; $\omega$ 为刚性 滑体ABC的角速度;  $f_1 \sim f_3$ , $f_4 \sim f_6$ 为无量纲表达 式;l为滑动体重心到转动圆心O点的距离;G为滑 体的重力大小。具体表达式见文献[3-4],[18]。

由式(4)可以看出,坡体的转动加速度是一个与 作用在坡体上的地震水平加速度有关的函数。在确 定出坡体地震屈服加速度后,对式(4)进行二次积 分,便可得到滑块 ABC 的累计转动滑移量,因此,通 过几何关系可求得边坡坡脚的水平永久位移

 $u_{x} = r_{h} \sin \theta_{h} \int_{t} \int_{t} \overset{``}{\theta} dt dt = C \int_{t} \int_{t} g(k - k_{c}) dt dt \quad (5)$ 式中:C 为位移系数。

$$C = \frac{\gamma r_0^*}{Gl^2} e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} [\lambda (f_1 - f_2 - f_3) + (f_4 - f_5 - f_6)] \sin \theta_h$$
(6)

以上分析过程即为假定竖向与水平地震波时程 波形一致,并假定竖向地震波时程幅值为水平地震 波时程幅值的固定比值,以基于水平加速度-时程曲 线的边坡永久位移简化计算方法。实际地震中竖向 地震波与水平向地震波的时程曲线并非一致,波形 一致假定和量值比例假定可能导致计算结果出现较 大误差。以下进一步提出基于水平与竖向加速度-时程曲线的边坡永久位移计算思路与方法。

# 2 基于水平与竖向加速度-时程曲线的边坡永久位移计算方法

#### 2.1 基本步骤

采用极限分析上限法,结合 Newmark"滑块模型"的概念,以往仅基于水平加速度-时程曲线的边 坡永久位移计算方法直接以水平屈服加速度评估边 坡处于临界极限平衡状态,进而估算边坡地震永久 位移量,基本步骤可以概括为:

1)确定临界屈服加速度,其中临界屈服加速度 为使边坡处于临界极限平衡状态需施加的水平向地 震加速度;

2)对于给定水平加速度时程曲线中大于水平屈服加速度的部分进行二次积分便求得滑块的总 位移。

本文由于同时引入了水平和竖向地震影响效应,直接以水平和竖向屈服加速度评估边坡处于临界极限平衡状态时存在困难。故本文通过引入工程 实际中常用的以安全系数 F<sub>s</sub>=1.0为标准来评判边 坡是否处于临界极限平衡状态,由此确定边坡安全 系数 F<sub>s</sub>=1.0为节点对应的水平和竖向临界屈服加 速度,进一步对给定的水平和竖向加速度时程曲线 中大于水平和竖向临界屈服加速度的部分进行二次 积分求得对数螺旋线滑块的总位移。

该分析思路实际上依然是基于 Newmark"滑块模型"假定进行的,区别在于:以往以水平临界屈服加速 度评估边坡第一次处于临界极限平衡状态,本文以水 平和竖向地震时程波效应下,边坡第一次安全系数 F。 恰好等于 1.0 为标准来评判边坡达到了临界极限平 衡状态。基于水平与竖向地震加速度-时程曲线计算 边坡永久位移的基本步骤可以概括为:

1)基于实际水平与竖向地震加速度-时程曲线, 将水平和竖向地震动时程曲线在有效影响时长范围 内划分为时间步非常短的多个时间节点;结合强度 折减技术,通过从第一个时间节点开始向后遍历水 平和竖向加速度-时程曲线每个时刻,对边坡进行稳 定性分析,结合数学插值方法找出边坡安全系数  $F_s$ 第一次等于1.0的时刻(为保证计算精度,设置相对 误差限值为  $10^{-3}$ ),此时刻即边坡开始滑动的时刻; 由此获得相应此刻的水平地震加速度值  $k_h$  和竖向 地震加速度值  $k_v$ ,进一步获得此时刻边坡的滑裂面 参数( $\theta_0$ , $\theta_h$ ),并假定此后边坡在地震作用下以此滑 裂面保持不变。

2)依据所确定第一次滑动的滑动面参数(θ₀, θ₀),可以通过动力平衡方程求得开始滑动以后边坡 每一时刻的加速度,通过两次积分便可以求出边坡 在这段时间内所产生的位移,将其累积叠加在一起 即为边坡在整个地震过程中的永久位移。

# 2.2 计算方法和原理

2.2.1 强度折减法基本原理 采用强度折减法求 解边坡安全系数的物理意义为:对潜在滑动土体的 抗剪强度参数折减  $F_s$  倍,边坡恰好过度到临界平衡 状态<sup>[24]</sup>。经折减后的岩土材料抗剪强度参数( $c_f$ ,  $\varphi_f$ )变为:

$$\begin{cases} c_{\rm f} = \frac{c}{F_{\rm s}} \\ \varphi_{\rm f} = \arctan\left(\frac{\tan\varphi}{F_{\rm s}}\right) \end{cases}$$
(7)

式中: $F_s$ 为强度折减系数;c和 $\varphi$ 为初始抗剪强度参数, $c_f$ 和 $\varphi_f$ 为折减后的抗剪强度参数。

2.2.2 稳定性分析 当边坡同时受竖向和水平地 震影响效应时,滑体外功率和内耗能所满足的动力 平衡方程为

$$(k_{v}+1)\gamma r_{0}^{3}\omega(f_{1}-f_{2}-f_{3}) + k_{h}\gamma r_{0}^{3}\omega(f_{4}-f_{5}-f_{6}) = \frac{cr_{0}^{2}\omega}{2\tan\varphi}(e^{2(\theta_{h}-\theta_{0})\tan\varphi}-1)$$
(8)

结合强度折减原理,为确定竖向和水平地震影 响效应下边坡的安全储备,将原始抗剪强度指标 *c* 和 *q* 按式(7)折减并代入式(8),有

$$F_{s} = \frac{c}{\gamma H} \frac{e^{2(\theta_{h} - \theta_{0})\tan\varphi_{f}} - 1}{2\tan\varphi_{f} \begin{bmatrix} (1 + k_{v})(f_{1} - f_{2} - f_{3}) + \\ k_{h}(f_{4} - f_{5} - f_{6}) \end{bmatrix}} \times (\sin\theta_{h}e^{(\theta_{h} - \theta_{0})\tan\varphi_{f}} - \sin\theta_{0})$$
(9)

式中: $\varphi_f = \arctan(\tan \varphi/F_s)$ ,且系数  $f_1 \sim f_3$ ,  $f_4 \sim f_6$ 中内摩擦角  $\varphi$ 均由  $\varphi_f = \arctan(\tan \varphi/F_s)$ 替代。

根据极限分析上限定理,式(9)给出了竖向和水 平地震影响效应下边坡安全系数 Fs 的一个上限意 义的隐式解答式。当θ<sub>h</sub>、θ<sub>o</sub> 满足条件

$$\min F_{\rm s} = f(\theta_h, \theta_0) \tag{10}$$

st. 
$$\begin{cases} \frac{\partial F_{s}}{\partial \theta_{h}} = 0, \frac{\partial F_{s}}{\partial \theta_{0}} = 0\\ \theta_{0} < \theta_{h} < \pi, 0 < \theta_{0} < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
(11)

时,函数  $F_s(\theta_h, \theta_0)$ 取得一个极值,进而得到边坡安 全系数  $F_s$ 的一个基于上限定理意义的解答。

根据上限解答的基本意义,当边坡体外力做功 和内部耗能值为最小时与其对应的安全系数才为边 坡的最小安全系数。即强度折减系数 F。的上限意 义解答实际上转化成了一个最优化问题。对于两个 或两个以上不同的自变量或自变量组合能得到多个 该不同条件下的边坡临界状态。将求 F。最小值问 题转化为约束非线性最优化问题,同时,由于安全系 数 Fs 实际上是一个隐函数,因而在进行优化计算时 还需要进行迭代运算。通过引入 MATLAB 中求解 单目标多变量非线性约束函数 Fmincon 函数<sup>[25]</sup>,编 程采用序列二次规划法进行优化迭代计算,详细过 程可参见文献[26-27]。

以上分析过程通过引入工程技术人员熟悉的强 度折减技术进行边坡临界失稳状态描述。遍历地震 动时程曲线范围,寻找到某一时刻的水平和竖向地 震影响效应作用时边坡安全系数 F<sub>s</sub>第一次恰好等 于 1.0 判定为边坡第一次达到临界极限平衡状态, 该临界状态即为边坡开始滑动的时刻,与该临界状 态对应的水平和竖向加速度即为临界屈服水平和竖 向加速度。

2.2.3 地震作用下边坡开始滑动时刻及临界滑动 面的确定 同时考虑水平和竖向地震加速度-时程 曲线时,由于并未假定 $\lambda = k_v/k_h$ 为常量,则 $k_v,k_h$ 两 者的比例关系不确定,故不能基于传统 Newmark 滑 块法如式(9)采用屈服加速度的概念来判断边坡的 产生滑动的时刻。自 1955 年 Bishop 提出强度折减 法以来,许多学者都采用此概念来评价边坡的稳定 性,即分析边坡的临界状态。对一个特定边坡(给定 边坡参数 $\beta,\gamma,c,\varphi$ ),以下采用强度折减的概念来判 断边坡在水平和竖向地震时程效应下边坡开始产生 滑动的初始临界状态。具体描述为:

将水平和竖向地震动时程曲线有效影响时长划 分为时间步 dt 非常短的由(n)个时间节点(t(1)、t (2)、……、t(n-1)、t(n))组成的(n-1)个时段,通 过从第一个时间节点 t(1)开始向后遍历水平和竖向 加速度 - 时程曲线第 i 时刻( $k_{v(i)}, k_{h(i)}$ )所对应的  $F_{s(i)},$ 首先找到第一个  $k_{v(j)}, k_{h(j)}$ 使边坡失稳的时间 点,此瞬时时刻即  $F_{s(j)} \leq 1.0$ 。同样优化求解并记录 上一瞬时时刻(j - 1)边坡的安全系数  $F_{s(j-1)}$ ( $F_{s(j-1)} > 1.0$ )。假定边坡安全系数在两个瞬时时刻 t (j-1)与 t(j)之间线性变化,通过简单的线性插值法 求出边坡开始滑动( $F_s = 1.0$ )的时刻( $t(j-1) + \Delta$ ),如 图 2 所示,其中  $\Delta$  由三角形的相似原理求得。

$$\Delta = dt - \frac{1 - F_{s(j)}}{F_{s(j-1)} - F_{s(j)}} dt$$
(12)

式中:dt为加速度-时程的时间步长取值。



图 2 确定边坡处于临界滑动时刻的安全系数示意图 Fig. 2 Determination of the time that slop begins to slide

由于假定地震加速度 k<sub>v</sub>、k<sub>h</sub> 在 dt 内为线性变 化,故可依据第 t(i-1)时刻的地震加速度( $k_{y(i-1)}$ )、  $k_{h(j-1)}$ )和第 t(j)时刻地震加速度 $(k_{v(j)}, k_{h(j)})$ 求出第  $(t(j-1)+\Delta)$ 时刻(边坡的临界极限平衡状态)的地 震加速度( $k_{v(j-1+\Delta)}, k_{h(j-1+\Delta)}$ )。并将( $k_{v(j-1+\Delta)}$ ) k<sub>h(i-1+A)</sub>)带入式(9),采用上述 2.2.2 节中的序列二 次优化法对函数  $f(\theta_0, \theta_h)$ 进行了优化求解,校核边 坡最小安全系数是否为  $F_{s(i-1+\Delta)} \approx 1.0$  (实际操作过 程中,校核边坡最小安全系数完全等于1.0非常困 难,本文设置相对误差限值为10<sup>-3</sup>,即认为在该时 间步长内安全系数计算值符合要求。事实上,这样 处理所导致的安全系数计算值差异非常小,影响后 续边坡滑裂面参数取值也非常细微)。由此得到此 刻边坡开始滑动的滑裂面参数( $\theta_{0}, \theta_{b}$ ),并假定此后 边坡在地震作用下以此滑裂面保持不变。进一步对 给定的加速度时程曲线中大于屈服加速度的部分进 行二次积分求得对数螺旋线滑块的总位移。

同时需要说明的是:对于某一特定边坡而言,同 时考虑某一特定地震波的水平向和竖直向加速度 时,二者的临界屈服加速度"组合"并不是唯一的。 本文在选取两者"组合"时,是依据该地震波时程范 围内两者"组合"的第一个使边坡达到临界失稳状态 的时刻点。而非任意或者所有可能导致边坡达到临 界状态的"组合"。这样实施的原因实际也符合仅考 虑水平地震加速度-时程曲线时 Newmark 滑块法计 算边坡永久位移的思想:在水平地震加速度-时程曲 线上找到第一个使边坡达到临界失稳状态的时间 点,并认为边坡的临界滑裂面在出现永久位移的过 程中不变。当然,实际中水平向和竖直向地震效应 对边坡的影响非常复杂,本文所选择的计算策略仅 为理想条件下的简化,后续值得进一步研究。

#### 2.3 边坡永久位移的计算

水平和竖向地震影响效应下,当边坡恰好在第 q时刻达到临界失稳状态,滑体内外功能处于动力 平衡的方程式(3)变为

$$(1+k_{v(q)})\gamma r_0^3 \omega(f_1-f_2-f_3) + k_{h(q)}\gamma r_0^3 \omega(f_4-f_5-f_6) = D_c + \omega l^2 \frac{G}{r} \frac{\ddot{\theta}}{\theta} (13)$$

式中: $(k_{v(q)}, k_{h(q)})$ 为第 q 时刻的竖向和水平地震加速度。参数( $\theta_0, \theta_h$ )为第 q 时刻边坡开始滑动的滑裂 面参数,可通过编制优化程序求得。

由式(13)可得出地震作用下第 q 时刻的边坡角 加速度

$$\ddot{\theta} = \frac{(1+k_{v(q)})\gamma r_0^3 \omega (f_1 - f_2 - f_3) + k_{h(q)} \gamma r_0^3 \omega (f_4 - f_5 - f_6) - D_c}{\omega l^2 \frac{G}{g}}$$
(14)

在确定出边坡的转动角加速度以后,对给定的 水平和竖向加速度时程曲线中大于水平和竖向临界 屈服加速度的部分进行二次积分,便可得到滑块 ABC 的累计转动滑移量,则边坡坡脚的水平永久位 移为

$$u_{\rm x} = r_{\rm h} \sin\theta_{\rm h} \int_{t} \int_{t} \ddot{\theta} \, \mathrm{d}t \mathrm{d}t \qquad (15)$$

# 3 算例与参数分析

# 3.1 算例分析

仅输入 Northridge 的水平地震波(图 7(a))采 用 You 等<sup>[4]</sup>分析算例进行对比分析。本文方法得 到的边坡永久位移为 4.20 cm,与原文计算结果 4.20 cm 一致,速度和位移时程曲线分别如图 3 和 图 4 所示。同时,本文方法获得的边坡临界滑裂面 几何 参数和安全系数( $\theta_0$ , $\theta_h$ , $F_s$ )为(53.322, 98.848,0.999),与采用 You 等<sup>[4]</sup>所提方法进行重 新编程运算所得的分析结果( $\theta_0$ , $\theta_h$ , $F_s$ )=(53.356, 98.807,1.0)吻合,表明当只考虑水平向加速度时, 本文方法蜕化为与前人方法兼容。





# 3.2 竖向地震效应的影响分析

同时输入 Northridge(1994)的水平和竖向地震 波(图7(a)),其竖向加速度峰值为 155.98 cm/s<sup>2</sup>, 时间步长取值为 0.02。采用本文方法计算所得的 边坡角速度和位移时程图如图 5 和图 6 所示。边坡 永久位移计算结果为 4.48 cm,比只考虑水平地震 效应的永久位移计算结果略有增大,表明忽略竖向 地震可能使边坡永久位移计算结果偏于不安全。



图 5 临界失稳状态下滑块角速度--时程曲线 Fig. 5 Slop angular velocity-time



图 6 地震影响效应下边坡永久位移-时程曲线 Fig. 6 Slop Permanent displacement-time

由于天然地震具有强烈的随机效应,不同的竖 向地震波与水平地震波的叠加效应对边坡永久位移 影响不一样。为更全面地分析竖向地震对边坡永久 位移的影响,本文中选取两组具有不同频谱特性的 实测地震地面运动记录(地震动的信息见表 1,加速 度时程如图 7 所示)作用在倾角为 45°、70°、90°边坡 上(边坡参数见表 2),采取本文边坡地震永久位移 计算方法的计算结果见表 3。



图 7 地震加速度时程曲线

Fig. 7 Acceleration time history of earthquake

表 1 地震信息 Table 1 Information of seismic

地震名称	时间	记录地点	震级	PGA(g)(H)	PGA(g)(V)	震中距离/km	Pref. Vs $30/$ (m • s <sup>-1</sup> )	DT
Northridge (a)	1994-01-17	Moorpark	6.6	0.292	0.159	31.45	405.20	0.02
Kobe (b)	1995-01-17	Kakogawa	6.9	0.345	0.158	24.20	312.00	0.01

表 2 边坡参数

Table 2 Parameters of the rock slope

边坡	边坡倾	边坡高	内摩	粘聚	重度/
	角/(°)	度/m	擦角/(°)	力/kPa	$(kN \cdot m^{-3})$
A	45	15	25	15	17
B	70	10	28	20	17
C	90	10	36	26	17

#### 表 3 边坡永久位移

Table 3 Permanent displacement of slop

	边坡 A		边坡 B		边坡 C	
	а	b	а	b	а	b
$D_1$	6.87	21.49	3.01	7.87	4.90	13.3
$D_2$	6.54	22.29	2.48	8.71	4.26	14.2
P	5%	-3.6%	2.1%	-9.6%	15%	-6.4%

注:a、b 分别代表 Northridge、kobe 地震; $D_1$  代表水平与竖向地震叠 加效应下边坡的永久位移计算值; $D_2$  为仅考虑水平地震效应的 边坡永久位移计算值, $P = (D_1 - D_2)/D_2 \times 100\%$ 。 由表 3 可以看出地震 a 的水平与竖向地震叠加 效应将使边坡的永久位移计算值增加,地震 b 的水 平与竖向地震叠加效应将使边坡的永久位移计算值 减小,不同地震记录的竖向与水平地震的叠加效应 不同;叠加效应最大可使边坡的地震永久位移计算 值增大超过 15%,故竖向地震对边坡永久位移的影 响不可忽略。

# 4 结 论

1)结合极限分析上限分析法和强度折减技术, 提出了一种基于水平与竖向地震加速度-时程曲线 的边坡地震永久位移计算改进方法。

2)探讨了同水平向地震加速度-时程曲线成一 定比例引入竖向地震加速度-时程曲线方法与基于 实际水平与竖向地震加速度-时程曲线计算边坡永 久位移的差异。 3)不考虑竖向地震加速度-时程曲线的简化条件下,与已有研究成果的对比计算证明本文方法可 蜕化为与前人方法兼容。

4)分析了两组具有代表性实测典型水平和竖向 地震波记录对边坡永久位移的影响规律,计算结果 表明:不同的竖向地震与水平地震的叠加效应不同, 竖向地震对边坡永久位移的影响不可忽略。

必须指出,本文在同时引入水平和竖向地震波 影响效应进行地震永久位移计算时,采用了同时遍 历水平和竖向地震加速度时程曲线的方式,来获求 第一次达到临界失稳的时刻节点(以边坡最小安全 系数第一次出现 $F_s=1.0$ 来表征);这一时刻节点即 假定为边坡开始滑动的时刻,并假定此后边坡在地 震作用下此滑裂面保持不变;获得相应此刻的水平 地震加速度值 $k_h$ 和竖向地震加速度值 $k_v$ ,进一步依 据破坏模式假定获得此时刻边坡的滑裂面参数( $\theta_0$ ,  $\theta_h$ )。这种计算策略存在如下特点:

1)这种策略与时程曲线上时间间隔大小的选取 有密切关系,当时间间隔取得越小时,计算耗时比较 大;对于本文的简单边坡算例而言虽然可以接受,但 对复杂边界条件下边坡的位移分析有待进一步 研究;

2)本文在进行分析计算时,依据 Newmark 刚性 滑块位移计算的基本假定开展计算,认为边坡第一 次达到临界极限平衡状态的时刻节点为开始位移计 算的初始时刻,此后边坡在地震作用下以此滑裂面 保持不变。且进一步依据所确定第一次滑动的滑动 面参数(θ₀,θ₀)通过两次积分求得边坡在整个地震过 程中的永久位移。但对于某一特定边坡而言,在同 时输入某一地震的水平和竖向地震加速度时程曲线 进行分析时,引起边坡失稳的水平和竖向地震加速 度组合可能并不是唯一的。该组合型式与岩土边坡 几何、抗剪强度特性等参数,以及分析采用破坏模式 均有联系。本文方法对于复杂边坡地震永久位移分 析方法的适用性还有待进一步深入。

# 参考文献:

- [1] NEWMARK N M. Effects of earthquakes on dams and embankments [J]. Geotechnique, 1965, 15(2): 139-160.
- [2] CAI Z, BATHURST R J. Deterministic sliding block methods for estimating seismic displacements of earth structures [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, 15(4):255-268.

- [3] CHANG C J, CHEN W F, YAO J T P. Seismic displacements in slopes by limit analysis [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE,1984,110(7):860-874.
- [4] YOU L Z, MICHALOWSKI R L. Displacement charts for slopes subjected to seismic loads [J]. Computers and Geotechnics, 1999, 25(1): 45-55.
- [5] MICHALOWSKI R L, YOU L. Displacements of reinforced slopes subjected to seismic loads [J]. Journal of Geotechnical Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(8):685-694.
- [ 6 ] CONTI R, VIGGIANI G M B, CAVALLO S. A tworigid block model for sliding gravity retaining walls [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, 55(2):33-43.
- [7] CEORGE G, ANASTASOPOULOS I, GARINI E. Geotechnical design with apparent seismic safety factors well-bellow 1 [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 57(2):37-45.
- [8] JOORABCHIA A E, LIANGB R Y, LI L, et al. Yield acceleration and permanent displacement of a slope reinforced with a row of drilled shafts [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 57(3):68-77.
- [9] KAVAZANJIAN E. Hanshin earthquake-reply [R]. California: Geotechnical Bulletin Board, NSF Earthquake Hazard Mitigation Program, 1995.
- [10] MARIO P, RANDALL W J. A seismic landslide susceptibility rating of geologic units based on analysis of characteristics of landsides triggered by the 17 January, 1994 Northridge, California earthquake [J]. Engineering Geology, 2000, 58(3/4): 251-270.
- [11] NOURIA H,FAKHER A,JONES C J F P. Evaluating the effects of the magnitude and amplification of pseudo-static acceleration on reinforced soil slopes and walls using the limit equilibrium Horizontal slices method [J]. Geotextiles and Geomembranes, 2008, 26 (4):263-278.
- [12] LESCHINSKY D, LING H I, WANG J P, et al. Equivalent seismic coefficient in geocell retention systems [J]. Geotextiles and Geomembranes, 2009, 27 (1):9-18.
- [13] VAHEDIFARD F, LESHCHINSKY D, MEEHAN C L. Displacement-based internal design of geosyntheticreinforced earth structures subjected to seismic loading conditions [J]. Geotechnique, 2013, 63(6):451-462.

[14] 刘红帅,薄景山,刘德东. 岩土边坡地震稳定性分析研 究评述[J]. 地震工程与工程振动,2005,25(1): 164-171.

LIU H S,BO J S,LIU D D. Review on study of seismic stability analysis of rock-soil slopes [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 25(1): 164-171. (in Chinese)

[15] 栾茂田,李湛,范庆来.土石坝拟静力抗震稳定性分析 与坝坡地震滑移量估算[J].岩土力学,2007,28(2): 224-230.

LUAN M T,LI Z,FAN Q L. Analysis and evaluation of pseudo-static aseismic stability and seism-induced sliding movement of earth-rock dams [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(2):224-230. (in Chinese)

- [16] LING H I, LESHCHINSKY D, YOSHIYUKI M. Soil slopes under combined horizontal and vertical seismic accelerations [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1997, 26(12):1231-241.
- [17] SIMONELLI A L, STEFANO P D. Effects of vertical seismic accelerations on slope displacements [C]// Proceedings of Fourth International Conference on Recent Advance in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics and Symposium in Honor of Professor W. D. Liam Finn. University of Missouri-Rolla, San Diego, California, 2001; 34-39.
- [18] 黄建梁,王威中,薛宏交. 坡体地震稳定性的动态分析
  [J]. 地震工程与工程振动,1997,17(4):113-122.
  HUANG J L, WANG W Z, XUE H J. Dynamic analysis of seismic stability of slopes [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1997, 17(4): 113-122. (in Chinese)
- [19] JACQUES I.JOSÉ D.JEAN-CLAUDE S. Effects of the vertical component of ground shaking on earthquakeinduced landslide displacements using generalized Newmark analysis [J]. Engineering Geology, 2006, 86: 134-137.

[20] 李红军, 迟世春, 钟红, 等. 考虑时程竖向加速度的 Newmark 滑块位移法[J]. 岩土力学, 2007, 28(11): 2385-2390.

LI H J,CHI S C,ZHONG H, et al. Effects of dynamic shear strength and time-histories stress analysis on newmark sliding block analyses [J]. Rock and Soil Mechanics,2006,27(11):1063-1068. (in Chinese)

- [21] SAWICKI A, CHYBICKIEATL W. Influence of vertical ground motion on seismic-induced displacements of gravity structures [J]. Computers and Geotechnics, 2007, 34:485-497.
- [22] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity [M]. Elsevier Science, Amsterdam, 1975.
- [23] 赵炼恒,李亮,杨峰,等.加筋土坡动态稳定性拟静力分析[J].岩石力学与工程学报,2009,28(9):1904-1917.
  ZHAOLH,LIL,YANGF, et al. Dynamic stability pseudo-static analysis of reinforcement soil slopes [J].
  Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009,28(9):1904-1917. (in Chinese)
- [24] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes [J]. Geotechique, 1955, 5(1):7-17.
- [25] 龚纯,王正林. MATLAB 语言常用算法程序集[M]. 北 京: 电子工业出版社,2008.
- [26] 唐高朋,赵炼恒,李亮,等.基于 MATLAB 的边坡稳定 性极限上限分析程序开发[J]. 岩土力学,2013,34(7): 2091-2098.
  TANG G P, ZHAO L H, LI L, et al. Program development for slope stability using MATLAB software and upper bound limit analysis [J]. Rock and Soil Mechanics,2013,34(7):2091-2098. (in Chinese)
- [27] ZHAO L H, LI L, YANG F, et al. Upper bound analysis of slope stability with nonlinear failure criterion based on strength reduction technique [J]. Journal of Central South University of Technology, 2010, 17(4):836-844.

(编辑 王秀玲)